Тверской государственный университет

На правах рукописи

КОЛЕСНИК ГЕОРГИЙ ВСЕВОЛОДОВИЧ

СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СТРАТЕГИЙ УПРАВЛЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫМ КОМПЛЕКСОМ В УСЛОВИЯХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО КРИЗИСА

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
заслуженный деятель науки РФ
доктор технических наук, профессор
Катулев Александр Николаевич

Тверь 2001

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

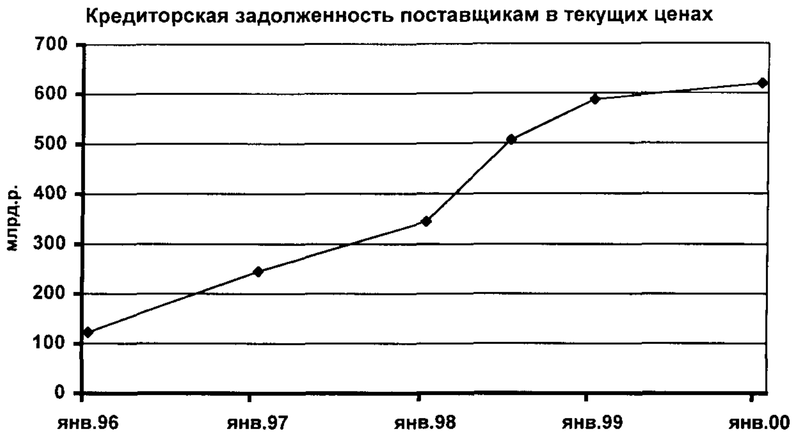
Актуальность работы. В настоящее время многие российские предприятия промышленности находятся в кризисном состоянии, характерными признаками которого являются [18, 51, 63, 65, 73, 76, 80]:

- накопление большой просроченной задолженности перед поставщиками продукции и услуг, бюджетами различных уровней и внебюджетными фондами;
- приостановка текущих платежей предприятий;
- отсутствие финансовых средств для обеспечения нормального производственного цикла;
- широкое распространение бартера и неденежных форм расчетов (векселя, взаимозачеты и др.).

Следствием этого является продолжительный спад промышленного производства, осложненный невозможностью возврата к нормальному функционированию предприятий и организаций.

Так, согласно [70], на 1 января 2000 года суммарная просроченная задолженность по обязательствам предприятий и организаций (с учетом задолженности по кредитам банков и займам) составляла 1445.3 млрд. р., или около 32% ВВП, в том числе просроченная кредиторская задолженность в промышленности 768.4 млрд. р. Динамика просроченной задолженности в текущих и сопоставимых ценах приведена на рис. В.1 (по данным [70]). Видно, что в текущих ценах задолженность продолжает возрастать, а в сопоставимых ценах, несмотря на некоторое снижение, величина просроченной задолженности находится на уровне 1997 г.

Кризис неплатежей выражается не только в их реальном росте, но также в ухудшении качественных показателей, характеризующих задолженность предприятий. Наиболее важным является старение неплатежей: например, доля неплатежей трехмесячной давности в составе просроченной



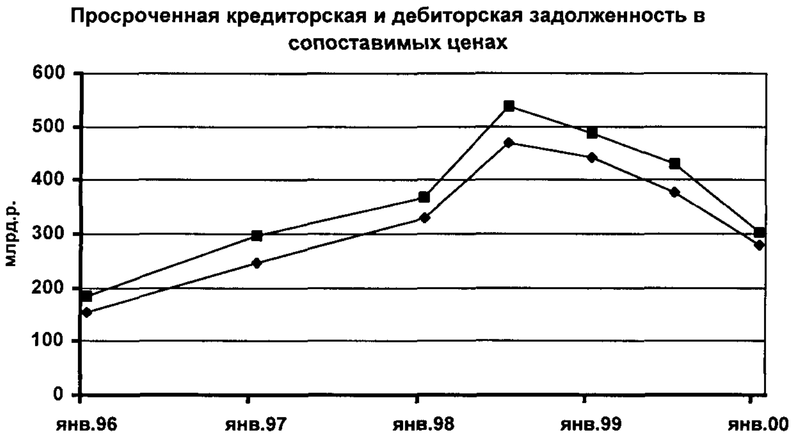


Рис. В.1. Динамика неплатежей предприятий и организаций.

кредиторской задолженности по промышленности выросла в 1996-1998 гг. с 60 до 75% [62].

Несмотря на усилия государства в области погашения взаимных неплатежей, с течением времени данная проблема становится все более острой. В [57] отмечается, что "опыт последних четырех лет показал отсутствие какого-либо эффекта или его незначительность при прямых попытках государства решить проблему неплатежей".

В связи с этим в настоящее время актуальным научным направлением является исследование функционирования предприятий промышленного комплекса в условиях экономического кризиса с целью разработки комплексных стратегий их вывода на нормальный режим функционирования.

Одной из задач, возникающих в рамках данного направления, является разработка и исследование математических моделей функционирования промышленного комплекса, а также создание инструментальных средств поддержки принятия решений по управлению предприятиями и с целью их вывода из кризиса.

В настоящее время в практической деятельности органов управления различного уровня математические модели используются еще недостаточно интенсивно. В основном применяются слабо формализованные методы типа экспертных оценок, простейшие вычислительные процедуры, например, линейная экстраполяция [4, 54, 79], а также сильно агрегированные модели промышленных комплексов [16, 17, 23 – 26]. Использование данных методов позволяет производить краткосрочное прогнозирование функционирования предприятий промышленного комплекса и обосновывать ряд мер управления, таких, как взаимозачет и реструктуризация долга. Однако, такого рода модели, как правило, не отражают внутреннюю структуру и процессы, происходящие в промышленном комплексе, поэтому не обеспечивают достаточной точности прогнозов и не могут использоваться для исследования долговременной динамики его показателей.

Более перспективными для исследования динамики функционирования промышленного комплекса представляются структурные экономико-математические модели [18, 19, 46, 59], отражающие его внутреннюю структуру и связи между элементами. Но в настоящее время такие математические модели для исследования функционирования предприятий в условиях переходной и кризисной экономики разработаны слабо и практически не используются в деятельности органов управления.

В связи с этим задача разработки структурных динамических математических моделей и методов исследования промышленного комплекса с целью обоснования стратегий его вывода из кризисного состояния на нормальный режим функционирования является актуальной.

Целью работы является разработка системы математических моделей и инструментальных средств, предназначенных для исследования функционирования промышленного комплекса в условиях экономического кризиса и обоснования оптимальных стратегий его вывода на нормальный режим функционирования, сочетающих различные типы методов воздействия.

Для достижения этой цели в работе решаются научные задачи, состоящие в создании математических моделей схемы неплатежей, функционирования отдельных предприятий в форме многокритериальных динамических задач оптимального управления, а также в синтезе структурной динамической модели промышленного комплекса в форме динамической игры моделей предприятий и исследовании этих моделей с использованием современных математических методов исследования операций, теории игр и теории принятия решений.

Положения, выносимые на защиту:

1. Система математических моделей промышленного комплекса, включающая:

- статическую агрегированную модель схемы неплатежей предприятий промышленного комплекса;
- структурную динамическую модель функционирования промышленных предприятий в условиях финансового кризиса в форме задачи оптимального управления, основанную на положениях теории рационального поведения экономических субъектов [55, 58, 82];
- структурную динамическую модель функционирования промышленного комплекса в форме динамической игры нескольких сторон при наличии различных вариантов взаимодействия (некооперативного, кооперативного, иерархического взаимодействия с органом управления).

2. Математический метод и вычислительный алгоритм реструктуризации задолженностей предприятий, основанный на принципе формирования пути минимальной длины в графе неплатежей.

3. Вычислительные алгоритмы решения задач отыскания оптимальных стратегий управления предприятием и промышленным комплексом в условиях экономического кризиса и их программная реализация.

Новизна научных результатов, полученных в работе:

Сформулирована система моделей функционирования промышленного комплекса в условиях кризиса, в рамках которой:

1. Определено решение задачи реструктуризации взаимных неплатежей предприятий, оптимальное с точки зрения минимизации суммарной задолженности в промышленном комплексе и не создающее новых связей "кредитор – должник" [16].

2. Получены оптимальные с точки зрения вывода предприятия на рентабельный режим функционирования стратегии выпуска, инвестирования и погашения задолженности в условиях неплатежей контрагентов, инфляции цен и дефицита спроса на продукцию.

3. Установлены условия перехода многоотраслевого промышленного комплекса к стационарному режиму функционирования, характеризующемуся отсутствием просроченной задолженности, рентабельностью процесса производства и неубыванием мощностей предприятий.

4. Определены оптимальные стратегии некооперативного поведения и взаимного инвестирования предприятий промышленного комплекса, а также стратегии закупок продукции предприятий органом управления.

Значимость работы. Теоретическая значимость работы заключается в развитии методов математического моделирования в части разработки моделей функционирования отдельных предприятий и многоотраслевого промышленного комплекса в целом в условиях переходной и кризисной экономики, исследования режимов их функционирования, обоснования оптимальных стратегий их вывода из кризисного состояния и формирования стационарного режима функционирования.

Практическая значимость работы состоит в том, что на основе изложенных в ней подходов создан ряд инструментальных средств поддержки принятия решений по выработке оптимальных стратегий органами управления предприятиями и промышленным комплексом при реструктуризации задолженности, инвестировании, определении несостоятельных предприятий с целью вывода промышленного комплекса из кризисного состояния, а также для прогнозирования функционирования отдельных предприятий и промышленного комплекса в целом.

Достоверность результатов исследования обосновывается доказательствами в виде теорем и утверждений. Адекватность полученных моделей устанавливалась сравнением результатов вычислительных экспериментов с реальными данными в широком диапазоне условий, и признана органами управления и прогнозирования Тверской областной администрации, что подтверждается актом о реализации.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на II Сибирском Конгрессе по прикладной и индустриальной математике INPRIM-98 (Новосибирск, 1998), на научно-технических конференциях МКБ "Электрон" (Москва, 1999, 2000), на конференциях "Математические модели сложных систем" (Тверь, 1999), "Оптимальное управление и моделирование сложных систем" (Тверь, 1999), "Реформы в России и проблемы управления" (Москва, 2000), а также на семинарах кафедр "Исследование операций" и "Теория игр и методы оптимизации" ТГУ [36 – 41].

Публикации. Основные результаты работы опубликованы в 8 статьях и 6 тезисах докладов [28 – 32, 35 – 43].

Реализация диссертации. Результаты диссертации реализованы в виде программного комплекса оптимальной реструктуризации задолженностей предприятий, который применялся в информационно-аналитическом управлении Губернатора Тверской области, что подтверждается справкой о реализации. На разработанную систему реструктуризации задолженности подана заявка на изобретение [44].

Результаты диссертации также были использованы при разработке лабораторного практикума для студентов факультета прикладной математики ТГУ по дисциплине "Прикладные задачи исследования операций".

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы.

В I главе излагается сущность математического моделирования функционирования промышленного комплекса в условиях кризиса, исследуются существующие подходы и методы математического моделирования. Далее определяется структура системы моделей исследования функционирования промышленного комплекса, формулируются структурные схемы моделей и исходные данные для их формирования.

Во II главе описывается и исследуется статическая агрегированная модель промышленного комплекса в условиях взаимных неплатежей предприятий. Рассматривается метод определения оптимальной стратегии реструктуризации задолженностей с точки зрения минимизации общего уровня неплатежей. Описывается программный комплекс определения оптимального взаимозачета.

В III главе формулируется структурная динамическая математическая модель функционирования промышленного предприятия в условиях кризиса. Исследуется множество допустимых режимов функционирования модели. Формулируются условия оптимальности режимов функционирования предприятия для различных условий внешней среды. Разрабатывается вычислительный метод исследования общей модели функционирования предприятия в условиях кризиса.

В IV главе диссертации разрабатывается модель функционирования многоотраслевого промышленного комплекса в условиях кризиса в форме динамической игры нескольких сторон. При помощи данной модели исследуются различные формы взаимодействия предприятий, а также иерархическое взаимодействие с органом управления.

В заключении делаются выводы по полученным в работе результатам, их адекватности реальным условиям, а также по возможным областям применения.

Диссертация содержит 33 рисунка, 5 таблиц. Список литературы состоит из 90 наименований.

ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА В УСЛОВИЯХ КРИЗИСА

Описывается сущность математического моделирования функционирования промышленного комплекса в условиях кризиса, исследуются существующие подходы и методы математического моделирования. Определяется структура системы моделей исследования функционирования промышленного комплекса, формулируются структурные схемы моделей и исходные данные для их формирования.

§1.1 Применение математического моделирования при исследовании функционирования промышленного комплекса

Для разработки эффективной стратегии управления такой сложной системой, как промышленный комплекс, необходимо осуществлять исследование и прогнозирование его функционирования при различных условиях внешней среды, где под условиями внешней среды понимается состояние рынков, с которыми связанна деятельность предприятия и стратегии его контрагентов. Особую важность они приобретают при наличии нестационарных экономических условий, к которым относится переходная и кризисная экономика.

Одним из методов проведения такого рода исследований является разработка и анализ математических моделей промышленного комплекса, а также создание инструментальных средств поддержки принятия решений по управлению предприятиями в условиях кризиса с целью их вывода на нормальный режим функционирования. В настоящей работе под *условиями кризиса* будем понимать состояние предприятий промышленного комплекса, характеризующееся накоплением просроченной задолженности перед поставщиками продукции и услуг, бюджетами различных уровней и внебюджетными фондами; приостановкой текущих платежей; отсутствием финансовых средств для обеспечения нормального производственного цикла; распространением бартера и неденежных форм расчетов [18, 51, 63, 65, 73, 76, 80]. *Нормальным процессом* функционирования будем называть процесс, на котором обеспечивается невозрастание просроченной задолженности предприятий при сохранении рентабельности технологий производства продукции и полной загруженности производственных мощностей.

К сожалению, данный подход пока не получил широкого практического распространения. Согласно [4, 54, 79], а также информации, полученной автором в органах Тверской областной и городской администрации, в настоящее время для решения задач исследования динамики промышленного комплекса и прогнозирования его функционирования в основном используются различные неформальные процедуры типа экспертных оценок, либо простейшие экономико-математические модели.

Различные типы методов экспертных оценок, получившие в настоящее время наибольшее распространение, основаны на выработке решений группой экспертов с последующей их статистической обработкой [79]. Достоинства данных методов заключаются в том, что они не требуют трудоемких вычислений, а также позволяют учесть влияние различных неформализуемых либо слабо формализуемых факторов. Однако, область их применимости достаточно узка, и связана, как правило, с конкретными системами, для которых имеется группа достаточно компетентных специалистов. Кроме того, в нестационарных условиях точность прогнозов, сделанных с помощью экспертных методов, резко снижается, что также ограничивает область их применимости.

Использование методов математического моделирования функционирования промышленного комплекса позволяет уточнять и дополнять результаты прогнозов экспертов, а также производить расчеты нескольких вариантов развития системы. В настоящее время в практической деятельности органов управления в основном используются сильно агрегированные статические математические модели промышленного комплекса [16, 17, 23 – 26]. Они, как правило, основаны на функциональном агрегированном описании элементов экономической системы и не учитывают их внутреннюю структуру и процессы, происходящие на микроэкономическом уровне. В этих моделях учитывается ситуация, складывающаяся в исследуемом промышленном комплексе в целом, однако они абстрагируются от индивидуальных особенностей предприятий, входящих в нее. В связи с этим стратегии, получаемые таким образом (взаимозачет, реструктуризация долга), как правило, не изменяют реального состояния предприятий, а приводят лишь к кратковременному снижению общего уровня задолженности.

Кроме того, в моделях [16, 17, 23 – 26] не учитывается, что в нестационарных условиях кризисной экономики динамика показателей функционирования предприятий и промышленного комплекса в целом становится существенно нелинейной, поэтому их реакция на изменение параметров внешней среды может изменяться непредсказуемым образом. В связи с этим традиционные линейные экономико-математические модели, используемые для прогнозирования, теряют свою адекватность.

Таким образом, в настоящее время практически отсутствует математическое обеспечение и инструментальные средства для исследования функционирования промышленных комплексов и поддержки принятия решений по управлению ими в условиях кризиса, согласно требованиям адекватности исследуемой системе и точности прогнозов.

Математическое обеспечение такого рода может быть получено на основе использования структурных динамических моделей, учитывающих, во-первых, изменения параметров системы и внешней среды с течением времени, а во-вторых, обеспечивающие достаточно точные и адекватные описания ее элементов. Такого рода модели интенсивно разрабатываются в нашей стране и за рубежом [18, 19, 46, 59, 63], однако в настоящее время они практически не используются органами управления при разработке мер преодоления финансового кризиса из-за необходимости проведения громоздких вычислений, а также из-за потребности в большом количестве исходных данных, сбор которых, как правило, сопряжен с большими трудностями.

Рассмотрим наиболее известные типы математических моделей разработки стратегий вывода промышленного комплекса из кризисного состояния.

1.1.1 Агрегированные модели промышленного комплекса

Как уже указывалось, в настоящее время в практической деятельности органов управления наиболее часто используются стратегии реструктуризации задолженности предприятий. Это вызвано следующими причинами:

- отсутствием необходимости затрат реальных финансовых средств для их реализации;
- наличием "мгновенного" эффекта, выражающегося во временном снижении общего уровня неплатежей предприятий промышленного комплекса.

Для определения оптимальных стратегий реструктуризации задолженности используются статические агрегированные модели промышленного комплекса, в которых каждое предприятие характеризуется величинами задолженностей поставщикам и, возможно, еще несколькими параметрами [23 – 26]. Отличительными особенностями такого рода моделей, обусловивших их широкое применение на практике, являются:

- потребности в минимальном объеме исходных данных. Выработка стратегий реструктуризации задолженности требует наличия только сравнительно легко доступной информации об объеме взаимных долгов предприятий и не нуждается в информации о внутренних параметрах исследуемых предприятий, которые, как правило, относятся к коммерческой информации и не предоставляются администрацией;

- простота математического аппарата и реализации. Как правило, для отыскания оптимальных стратегий реструктуризации долга вполне удовлетворительными являются простые математические модели, сводящиеся к хорошо исследованным задачам линейного и квадратичного программирования. Кроме того, большую роль в распространении такого рода моделей играет доступность большого количества программных пакетов для решения задач линейного программирования.

В настоящее время агрегированные модели широко используются как в России, так и в странах ближнего зарубежья. Существует ряд систем автоматизированного погашения взаимных долгов предприятий, основанных на данных моделях, которые используются региональными и республиканскими органами управления, а также рядом коммерческих компаний, специализирующихся на проведении циклических взаимозачетов предприятий. Например, согласно [11], в Башкортостане с 1997 г. функционирует республиканский расчетный центр, где используется информационная система "Взаиморасчеты" оптимальной расшивки неплатежей. В обязанности каждого предприятия входит передача в расчетный центр достоверной информации о своей дебиторской и/или кредиторской задолженности, которую оно хочет погасить по взаиморасчету. На основании накопленной информации расчетный центр выстраивает предварительные замкнутые цепочки взаиморасчетов и рассылает предприятиям-участникам уведомления о возможности проведения взаимозачета. На этом этапе предприятие вправе отказаться от предложенного взаиморасчета или подтвердить свое участие. По полученным подтверждениям расчетный центр формирует окончательные цепочки, проводит погашение задолженности и направляет каждому участнику извещение о произошедшем взаиморасчете. Собственно погашение задолженности в предлагаемой системе проводится с использованием банковской технологии для одного или нескольких банков, вексельной технологии или договора переуступки долга.

Внедрение этой системы позволило, сосредоточив в базе данных информацию по 8 тыс. предприятий, проводить один раз в месяц взаиморасчеты с участием 100-200 предприятий при месячном объеме погашения задолженности до 50 млн. рублей.

В настоящее время по инициативе Министерства экономики РФ ведется работа по созданию республиканской сети расчетных центров, что позволит решать межрегиональные проблемы взаимных неплатежей.

Однако, в условиях недостаточного спроса на продукцию и большой величины кредиторской задолженности, которые имеют место в настоящее время на многих предприятиях промышленности (ранее указывалось, что у 30% предприятий машиностроения задолженность превышает стоимость полугодового выпуска), применение мер такого рода не обеспечивает полного выхода из кризиса.

Поэтому в существующей форме стратегии реструктуризации задолженности, вырабатываемые с использованием агрегированных моделей, не могут обеспечить вывода экономики из кризиса неплатежей.

Разработка других типов стратегий требует использования более детализированных моделей, так как при этом необходимо учитывать динамику и особенности функционирования предприятий.

1.1.2 Структурные модели функционирования промышленного комплекса

Перспективным подходом к прогнозированию функционирования промышленного комплекса и разработке стратегий вывода его из кризисного состояния является использование структурных динамических математических моделей.

В такого рода моделях промышленный комплекс рассматривается как система взаимодействующих между собой агентов, и предполагается, что все явления, наблюдаемые в ней, являются в основном внешними проявлениями процессов взаимодействия этих структурных единиц [63].

В настоящее время применение структурного подхода к моделированию промышленных макросистем сталкивается со значительными трудностями. Это связано прежде всего с тем, что для детального описания такого рода системы необходимо построение достаточно подробных микромоделей функционирования ее элементов, что делает общую модель чрезвычайно громоздкой и сложной для исследования. Кроме того, в связи с тотальной засекреченностью внутрифирменной информации сам процесс построения подробных микромоделей также сильно затруднен.

В связи с этим в данном классе преобладают сильно агрегированные модели, как, например в [18, 19, 34, 60], которые могут использоваться для проведения прогнозирования на макроуровне, но неприменимы для исследования стратегий поведения отдельных предприятий. Другой распространенный тип моделей – это достаточно хорошо детализированные модели, которые используются для изучения функционирования небольших групп предприятий (2 – 3 предприятия) и не учитывают влияния остальных экономических агентов на рассматриваемую систему, либо учитывают его в очень небольшой степени [59 – 63, 68, 78]. Данные модели используются в основном для проведения теоретических исследований функционирования промышленности в условиях переходной экономики, и не нашли широкого применения в практической деятельности.

В рамках данного подхода к моделированию экономики работает несколько научных школ как у нас в стране, так и за рубежом. Известны исследования, проводившиеся в ВЦ РАН [18, 19, 63, 67, 68], ЦЭМИ [62, 65, 66], ВМК МГУ [61, 78].

Большая часть работ в этой области ориентирована на исследование функционирования промышленности в условиях классической и переходной нерегулируемой экономики. Органы управления в них, как правило, не выделяются в явной форме, а их влияние учитывается в параметрах модели, либо не учитывается совсем. Функционирование промышленного комплекса рассматривается как процесс динамического взаимодействия экономических агентов типа бескоалиционной игры нескольких сторон [5, 10, 18, 20, 61, 63, 68, 78]. При этом в качестве основного принципа оптимальности рассматривается ситуация некооперативного равновесия по Нэшу [64].

Однако, за исключением специальных случаев, получаемое в условиях нерегулируемой экономики состояние равновесия не является эффективным.

Данное свойство состояния равновесия экономических систем обсуждается в настоящее время во многих работах, посвященных недостаткам нерегулируемой рыночной экономики, например [6, 62, 65]. В них указывается, что более высокая эффективность функционирования промышленных систем может быть достигнута при использовании более сложных схем взаимодействия экономических агентов, нежели некооперативное поведение, таких, как иерархическое взаимодействие, либо кооперативное поведение.

В настоящее время растет интерес к исследованию вопросов, связанных с кооперативным поведением предприятий промышленного комплекса [13, 19, 20, 31, 86].

В работах [13, 19] исследуются такие стратегии кооперирования агентов, как объединение предприятий и банков в финансово-промышленные группы (ФПГ). Под ФПГ в рассматриваемых работах понимается "неформальное объединение банков, торговых и промышленных предприятий, связанных механизмами перераспределения финансовых потоков" [19]. Объединение в ФПГ может происходить либо путем вхождения банковских структур в промышленность, либо при помощи вертикальной (поставщик-потребитель) и горизонтальной (аналогичные производства) интеграции предприятий. Основным преимуществом такого объединения является существенное упрощение финансовых и товарно-материальных взаимоотношений, исключение посредников и снижение транзакционных издержек.

В [19] изучается модель поведения производителя при наличии возможностей сбыта по двум каналам: традиционному стабильному, но характеризующемуся неплатежами, и коммерческому, с полной оплатой, но нестабильному. Исследуются качественные особенности режимов функционирования данной системы в зависимости от внешних параметров и показывается, что при этом у предприятий возникают стимулы для объединения в ФПГ. В [13] изучается механизм вертикальной интеграции предприятий, когда поставщик кредитует потребителя под процент ниже рыночного для снижения его издержек.

В [86] исследуется совместная собственность интегрирующихся фирм и ее роль в вертикальной интеграции. В [89] рассматривается механизм горизонтальной интеграции предприятий, показывается что при кооперации фирмы с перекрестной собственностью получают большую прибыль, чем при ее отсутствии.

В [20] рассматривается близкая к ФПГ форма кооперации производителей – товарищество взаимного кредитования. Механизм функционирования товарищества взаимного кредитования заключается в передаче одним из предприятий кредитов другому для закупки собственной продукции. В работе [20] исследованы соответствующие этой форме кооперации режимы функционирования и определены условия, при которых их эффективность возрастает.

Однако, в условиях кризисной экономики процесс интеграции производителей может сдерживаться рядом факторов, основными из которых являются ненадежность партнеров и недостаточность, а зачастую и полное отсутствие законодательной базы по данным вопросам. Со стороны банков сложности вызываются повсеместно принятой в настоящее время политикой кредитования производителей, согласно которой имеется большая разница между ссудным и депозитным процентом (порядка 10% и выше) [13].

Другим способом повышения эффективности функционирования экономики является введение элементов государственного регулирования функционирования промышленного комплекса в форме иерархического взаимодействия органов управления с предприятиями [1].

В настоящее время среди специалистов нет единства в вопросе о том, в какой мере государство должно вмешиваться в экономику. До недавнего времени значительная часть экономистов считала, что вмешательство должно ограничиваться ситуациями несостоятельности рынка – то есть, ситуациями, в которых рынок не обеспечивает эффективного распределения ресурсов, возникающими при наличии экстерналий и распределения общественных благ. Лишь позднее рядом экономистов было обращено внимание на то, что страны "экономического чуда", такие, как Южная Корея и Тайвань начали проведение реформ отнюдь не с приватизации, а напротив, с создания государственных предприятий в новых перспективных отраслях производства, что либерализация торговли шла постепенно, почти в течение 30 лет и что до последнего времени государство сохраняло контроль над поступлением иностранных инвестиций [65].

В [90] отмечается, что такие страны, как Мексика, Боливия и Аргентина, за 5 лет сделали больше в направлении приватизации и либерализации внешней торговли и финансов, чем гораздо более успешные страны Юго-Восточной Азии за последние 30 лет. При этом азиатские страны широко использовали такие элементы государственного регулирования экономики, как промышленную и налоговую политику, льготное кредитование и протекционистские меры.

В последнее время идея либерального радикализма находит все меньше приверженцев среди профессионалов. Отражением этого стала работа [75], в которой утверждается, что "правительство должно служить дополнением рынка" и подчеркивается его роль в развитии человеческого капитала, а также создании и заимствовании новых технологий.

Основной упор в исследованиях западных экономистов делается на такие достаточно традиционные вопросы государственного регулирования, как производство общественного продукта и теория налогообложения. Обширная библиография, посвященная данным вопросам, имеется, например в [6].

С другой стороны, вопросы промышленной и инвестиционной политики государства исследованы еще недостаточно. Из работ, посвященных данному вопросу можно выделить монографию Бахчи [84], в которой исследуется задача распределения инвестиций между регионами. В ней рассматривается динамическая модель регулируемой экономики в форме дифференциальной иерархической игры и определяется оптимальный процесс распределения инвестиций как ситуация равновесия по Штакельбергу.

Такого рода модели позволяют учитывать влияние органов управления на функционирование промышленного комплекса и его отклик на различные типы воздействия.

В связи с этим при выработке решений по стратегиям управления промышленным комплексом в кризисных условиях необходимо использовать инструментальные средства на базе структурных математических моделей, отражающих наличие неплатежей, инфляции, дефицита спроса и другие особенности, присущие кризисной экономике.

§1.2 Задача исследования и структура метода ее решения

1.2.1 Декомпозиция задачи исследования

Исходя из общих методических положений математического моделирования [71], задача исследования может быть декомпозирована на следующие подзадачи:

- разработка математических моделей элементов промышленного комплекса для исследования различных аспектов его функционирования;
- исследование особенностей поведения полученных моделей теоретическими методами для получения предварительных знаний об объекте моделирования;
- выбор или разработка методов и алгоритмов для реализации данной системы моделей на ЭВМ;
- разработка программных средств, их тестирование и калибровка;
- проведение вычислительных экспериментов с целью оценки влияния различных стратегий на параметры функционирования моделей промышленного комплекса и получение значений интегрального показателя качества стратегий управления.

Полученные в результате экспериментов значения интегрального показателя позволяют проводить сравнение стратегий управления друг с другом и выбирать ту из них, которая обеспечивает оптимальное функционирование промышленного комплекса с точки зрения принятого органом управления критерия.

Таким образом, система моделей промышленного комплекса является базовым элементом при разработке инструментальных средств оценки эффективности стратегий управления и обоснования оптимальной стратегии.

1.2.2 Структура системы моделей промышленного комплекса

Для решения указанных подзадач необходимо проведение исследования как статических, так и динамических аспектов функционирования предприятий промышленного комплекса. С этой целью будем использовать двухуровневую систему моделей (рис. 1.1), состоящую из статической агрегированной и динамической структурной моделей.

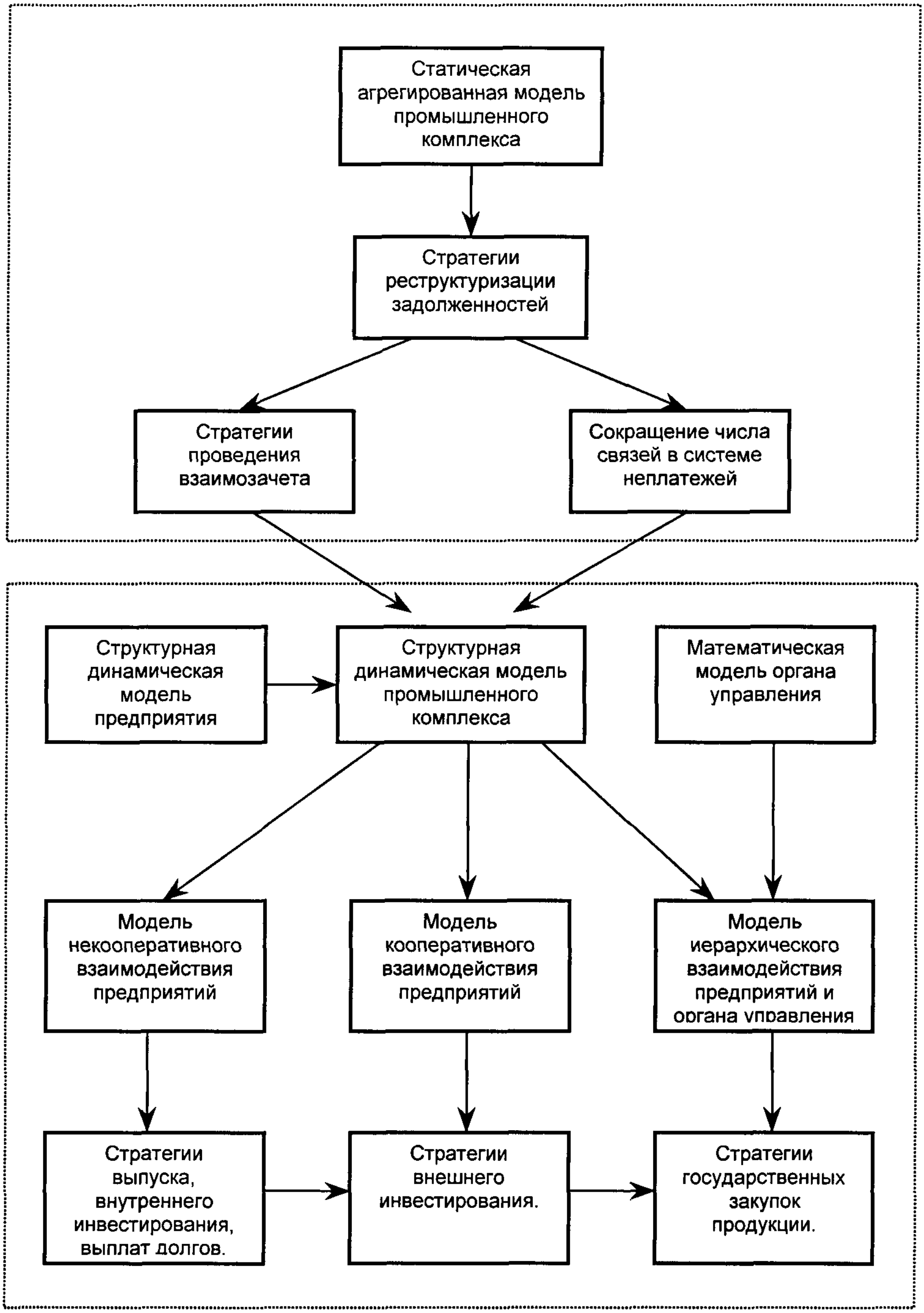


Рис. 1.1. Система моделей промышленного комплекса

Статическая агрегированная модель промышленного комплекса предназначена для исследования влияния стратегий органа управления по погашению взаимных неплатежей предприятий и реструктуризации задолженности. Как указывалось ранее, для разработки данных стратегий не требуется информации о внутренней структуре предприятий и динамике их функционирования, что позволяет представлять их взаимосвязанными функциональными моделями (рис. 1.2). В обобщенном виде модель записывается следующим образом:

$$Q(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_m) \to \max_{\{y_1,\ldots,y_m\}}; \tag{1.1}$$

$$\mathbf{g}(x_1,\ldots, x_n, y_1, \ldots, y_m) = 0; \tag{1.2}$$

$$x_i \geq 0, \quad \forall i = \overline{1, n}, \tag{1.3}$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ – параметры предприятий промышленного комплекса,

$\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_m)$ – стратегии органа управления;

$Q(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ – агрегированный критерий эффективности управления промышленным комплексом;

$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ – вектор-функция, определяющая ограничения задачи (условия эквивалентности).

Более подробно данная задача будет исследована в главе 2.

Результаты работы агрегированной модели позволяют упростить структуру взаимосвязей между предприятиями промышленного комплекса при использовании более детализированной модели второго уровня.

Структурная динамическая модель функционирования промышленного комплекса основана на введении в рассмотренную статическую агрегированную модель неплатежей динамических моделей предприятий – производителей продукции, связанных друг с другом материальными и финансовыми связями (рис. 1.2). При этом функционирование отдельного предприятия комплекса описывается частной динамической математической моделью, структура которой индивидуальна для каждого элемента системы.

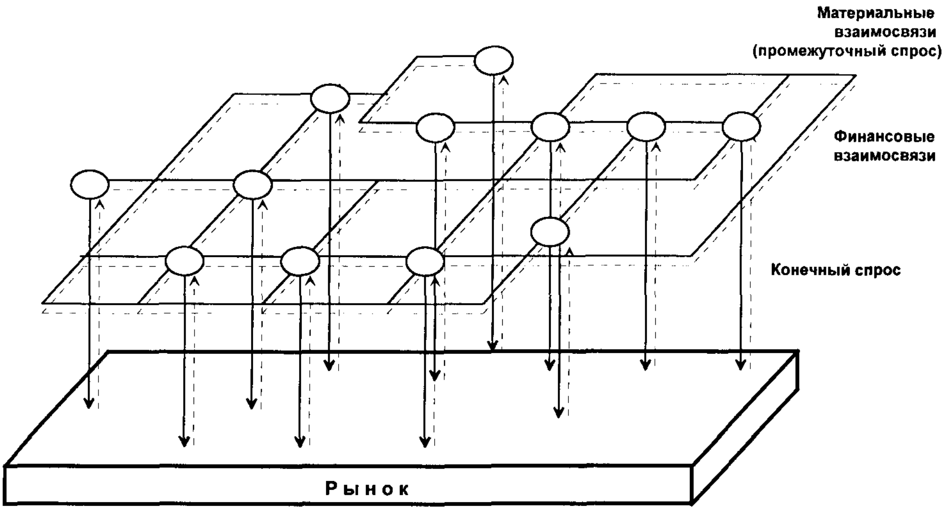


Рис. 1.2. Схема взаимодействия предприятий промышленного комплекса

В обобщенном виде модель функционирования промышленного комплекса записывается в форме игры *n* сторон [64]:

$$H_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, T) \to \max_{\mathbf{u}}; \qquad u_i \in \mathbf{U}_i \tag{1.4}$$

$$\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}); \qquad x_i(0) = x_i^0; \tag{1.5}$$

$$x_i \geq 0; \quad i = 1, n,$$

где $H_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, T)$ – критерий эффективности функционирования i-го предприятия;

$\mathbf{x} = (x_1,\ldots,x_n)$ – параметры предприятий промышленного комплекса;

$\mathbf{u} = (u_1,\ldots,u_n)$ – параметры управления предприятиями;

$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ – вектор-функция, описывающая закон изменения параметров.

В главе 3 излагаются базовые принципы построения такого рода модели и описывается вариант, базирующийся на положениях теории рационального поведения и отражающий влияние на предприятие условий финансового кризиса.

Взаимосвязи между предприятиями, рассматриваемые в модели, отражают потоки промежуточного продукта, величину задолженности за

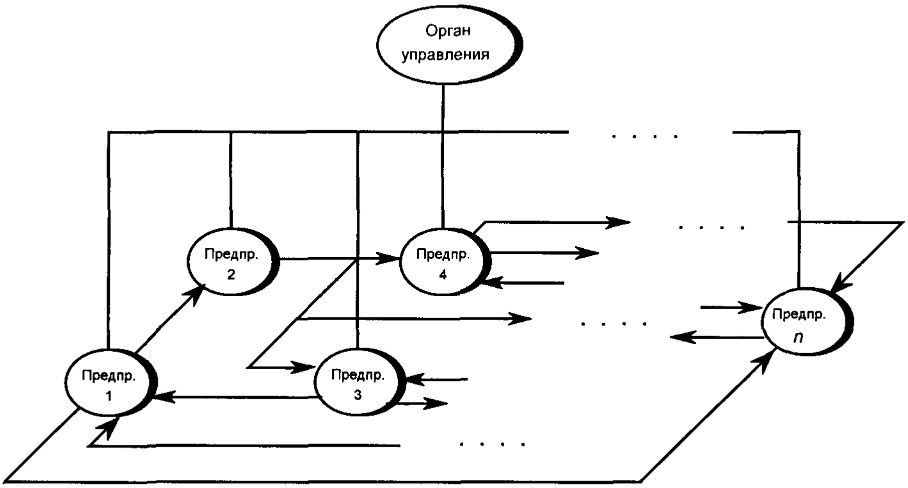


Рис. 1.3. Иерархическое взаимодействие предприятий и органа управления

сырье, материалы и оказываемые услуги, объем продаж конечного продукта, а также кредитно-денежные и инвестиционные отношения.

Внешние условия, в которых происходит функционирование рассматриваемого промышленного комплекса, определяются состоянием рынков продукции предприятий и сырья. Основными их параметрами, влияющими на предприятия, являются объем спроса на продукцию и уровень цен. Моделирование изменений этих параметров представляет собой самостоятельную задачу, которая не исследовалась в данной работе. В модели использовалось функциональное описание состояния рынков, обеспечивающее имитацию указанных параметров, однако допустимо также использование более сложного структурного описания.

Для отражения централизованного регулирования функционирования предприятий промышленного комплекса, в рассматриваемой системе в качестве верхнего уровня иерархии выделяется орган управления (рис. 1.3).

Предполагается, что орган управления воздействует на предприятия с целью максимизации критерия качества функционирования системы $Q(\mathbf{x})$:

$$Q(\mathbf{x}, T) \to \max_{\mathbf{v}}\,; \qquad \mathbf{v} \in \mathbf{V} \tag{1.6}$$

$$H_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, T) \to \max_{u_i}; \qquad u_i \in \mathbf{U}_i \tag{1.7}$$

$$\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}); \qquad x_i(0) = x_i^0; \qquad i = 1, n, \tag{1.8}$$

где $Q(\mathbf{x})$ – агрегированный критерий эффективности функционирования промышленного комплекса;

$H_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, T)$ – критерий эффективности функционирования i-го предприятия;

$\mathbf{v} = (v_1,\ldots,v_n) \in \mathbf{V}$ – стратегия органа управления.

Конкретный характер рассматриваемых в модели взаимосвязей органа управления и предприятий будет определяться типом стратегий государственного регулирования, влияние которых на систему изучается в экспериментах (глава 4).

Возможный критерий функционирования промышленного комплекса $Q(\mathbf{x})$ может быть выбран различным образом [14]. При исследовании стратегий управления промышленным комплексом в кризисных условиях представляется целесообразным использовать в составе критерия следующие величины:

- общий объем неплатежей предприятий промышленного комплекса;
- общий объем дебиторской задолженности предприятий;
- объем основных производственных фондов предприятий;
- общее количество работающих.

Данные величины позволяют оценить состояние промышленного комплекса как с точки зрения выхода из финансового кризиса (минимизации объема просроченной задолженности), так и с точки зрения преодоления негативных социально-экономических последствий спада промышленного производства (рост основных фондов, снижение уровня безработицы, повышение уровня жизни населения).

Таким образом, изложенная структурная модель промышленного комплекса представляет собой иерархическую динамическую игру моделей предприятий. Она может применяться для исследования широкого спектра воздействий управляющего органа и внешней среды на предприятия промышленного комплекса, эффект которых распределен во времени, так как она отражает структуру предприятий, что позволяет более точно прогнозировать параметры их функционирования.

Выводы

1. Промышленный комплекс является одним из базовых элементов, обеспечивающих функционирование экономической системы. В настоящее время в связи с финансовым кризисом нарушен нормальный процесс функционирования предприятий промышленности, поэтому актуальной является задача обоснования стратегий их вывода из кризисного состояния.
2. Среди существующих в настоящее время математических моделей предприятий и промышленного комплекса в целом наиболее перспективными для использования при разработке стратегий управления являются структурные динамические модели, в которых исследуемый объект рассматривается как система взаимодействующих агентов, и предполагается, что наблюдаемые в ней явления, являются в основном внешними проявлениями процессов их взаимодействия.
3. Существующие в настоящее время модели не обеспечивают точности исследования функционирования предприятий в кризисных условиях, так как они являются статическими, линейными и однокритериальными. Поэтому для успешного решения задач исследования промышленного комплекса необходима:
   - разработка моделей предприятий и промышленного комплекса в целом, которые позволяют прогнозировать их функционирование в условиях кризиса, что обеспечивает возможность их практического применения;
   - разработка и внедрение инструментальных средств поддержки принятия решений по регулированию функционирования производственно-экономических систем.

4. В диссертации ставятся и решаются задачи разработки системы математических моделей функционирования промышленного комплекса в кризисных условиях и создания на их основе инструментальных средств оценки эффективности стратегий управления промышленным комплексом и обоснования оптимальной стратегии управления.

ГЛАВА 2. АГРЕГИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ РЕСТРУКТУРИЗАЦИИ ВЗАИМНЫХ ЗАДОЛЖЕННОСТЕЙ ПРЕДПРИЯТИЙ

Описывается и исследуется статическая агрегированная модель промышленного комплекса в условиях взаимных неплатежей предприятий. Рассматривается метод определения оптимальной стратегии реструктуризации задолженностей с точки зрения минимизации общего уровня неплатежей. Описывается программный комплекс определения оптимального взаимозачета.

§ 2.1 Статическая агрегированная модель промышленного комплекса в условиях неплатежей

Конкретизируем структуру статической агрегированной модели промышленного комплекса, описываемой задачей (1.1) – (1.3).

Представим схему неплатежей предприятий промышленного комплекса друг другу, в бюджеты и внебюджетные фонды в виде взвешенного ориентированного графа $\Gamma = (\mathbf{U}, \mathbf{V}, c_\Gamma(v))$; где $\mathbf{U}$ – множество вершин графа, при этом каждая вершина $u \in \mathbf{U}$ соответствует некоторому предприятию, бюджету или фонду; $\mathbf{V} \subseteq \mathbf{U}\times\mathbf{U}$ – множество ребер графа, $v = (u_i, u_j) \in \mathbf{V}$ соответствует задолженности предприятия u_i предприятию u_j (рис. 2.1). Величина задолженности определяется весовой функцией:

$$c_\Gamma(v) : \mathbf{V} \to \mathbf{R}^+.$$

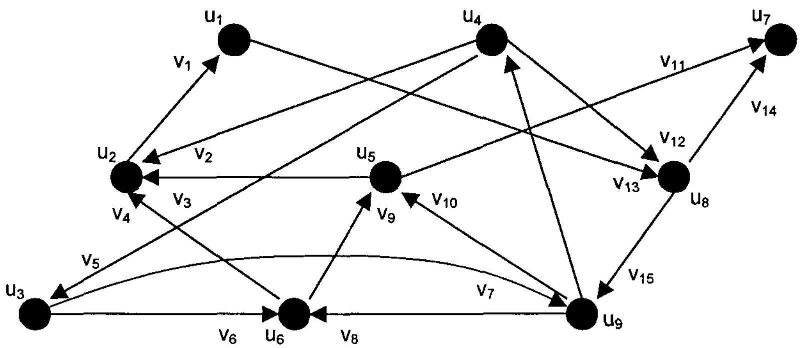


Рис. 2.1. Схема системы неплатежей предприятий

В заданной таким образом схеме полустепень исхода вершины u $\deg^{-}(u)$ представляет собой общую кредиторскую задолженность соответствующего предприятия, полустепень захода $\deg^{+}(u)$ – его общую дебиторскую задолженность, а степень вершины $\deg(u) = \deg^{+}(u) - \deg^{-}(u)$ – баланс кредитов и долгов (сальдо) предприятия.

Общая задача перераспределения задолженности состоит в следующем: для заданного ориентированного взвешенного графа Г необходимо найти взвешенный ориентированный граф Г* с тем же множеством вершин **U**, что и у исходного, на котором достигается минимум некоторого критериального функционала. Физическая реализуемость получаемых при этом решений обеспечивается введением условий эквивалентности (1.2) в следующей форме

$$\deg(u)|_{\Gamma^*} = \deg(u)|_{\Gamma}\,;\ \ \forall u \in \mathbf{U} \qquad (2.1)$$

Данные условия устанавливают постоянство балансов задолженности каждой вершины до и после проведения реструктуризации.

В различных моделях критериальный функционал (1.1) может формироваться различным образом. Известны модели перераспределения долгов, в которых в качестве функционала используется сумма квадратов долгов предприятий [23 – 25]. Такой выбор функционала представляется искусственным в связи с тем, что для него затруднительно найти подходящую физическую интерпретацию.

В других моделях [26, 82] используется более естественный вид функционала (1.1), представляющий собой общий уровень задолженности предприятий

$$Q(\Gamma) = \sum_{v \in V} c_{\Gamma}(v). \qquad (2.2)$$

В нашей модели будем также использовать функционал в форме (2.2).

Наиболее часто используемым на практике методом реструктуризации задолженности является метод проведения циклического взаимозачета

[11]. Он состоит в нахождении замкнутых цепочек неплатежей в рассматриваемой схеме (циклов) и удалении из них звеньев, характеризуемых наименьшей величиной задолженности при одновременном уменьшении весов остальных звеньев на эту величину.

Очевидно, что в графе Γ′, полученном удалением цикла длины m с минимальным весом ребер c^0, общий уровень задолженности составит:

$$Q(\Gamma') = Q(\Gamma) - c^0 m < Q(\Gamma). \tag{2.3}$$

Кроме того, нетрудно видеть, что данное преобразование удовлетворяет условиям эквивалентности (2.1).

Однако, существенным недостатком метода циклических взаимозачетов является то, что отыскиваемые им стратегии не являются оптимальными в смысле минимизации функционала (2.2). Среди методов перераспределения долгов существуют такие, которые позволяют достигать меньших значений общего уровня задолженности.

В [71] показано, что общий уровень задолженности на оптимальном решении задачи реструктуризации долгов составляет:

$$Q(\Gamma^*) = \frac{1}{2}\sum_i |\deg u_i|. \tag{2.4}$$

Величина $Q(\Gamma^*)$ является наименьшим уровнем неплатежей в системе, которые не могут быть погашены никакими стратегиями реструктуризации задолженности. Для дальнейшего уменьшения уровня неплатежей предприятий необходимо вкладывать в экономику финансовые средства.

Оптимальное решение, на котором достигается уровень задолженности Q*(Г), не единственно. В работах [26, 71, 82] предлагается одно из возможных решений данной задачи и реализующий его метод.

Однако, как отмечается в [16], существенным недостатком данного метода, является то, что в результате подобного перераспределения могут возникнуть новые отношения "кредитор – должник" между предприятиями, не связанными ранее никакими реальными обязательствами. Это приводит к тому, что реализация подобных стратегий может оказаться затруднительной, либо невыполнимой.

Сформулируем метод, позволяющий получить схему неплатежей с минимальным уровнем задолженностей, не создающий новых связей "кредитор – должник".

§ 2.2 Метод реструктуризации долгов предприятий, не создающий связей "кредитор – должник "

Метод реструктуризации долгов предприятий, не создающий новых связей "кредитор – должник" в системе неплатежей (метод кратчайшего пути), заключается в преобразовании исходного графа Г путем удаления промежуточных вершин (посредников) из цепочек взаимных неплатежей.

Алгоритм решения задачи (2.1) – (2.2) определяется следующим образом:

1. Для некоторой вершины $u \in \mathbf{U}$ определяются $\deg^{+}(u)$ и $\deg^{-}(u)$.
2. Если $\deg^{+}(u) = 0$, либо $\deg^{-}(u) = 0$, то происходит переход к следующей не просмотренной вершине.
3. Иначе, выбираются произвольные ребра $v_1 = (u', u)$ и $v_2 = (u, u'')$ и сравниваются значения весовой функции $c(v_1)$ и $c(v_2)$.
4. Если $c(v_i) > c(v_j)$, где $i, j \in \{1, 2\}$; $i \neq j$; то строится ориентированный взвешенный граф $\Gamma' = (\mathbf{U}, \mathbf{V}', c'(v))$, такой, что:

   $$\mathbf{V}' = \mathbf{V} \backslash \{v_j\}; \qquad c'(v) = c(v) \text{ для } v \neq v_i; \qquad c'(v_i) = c(v_i) - c(v_j).$$
5. Если $c(v_1) = c(v_2)$, то строится ориентированный взвешенный граф $\Gamma' = (\mathbf{U}, \mathbf{V}', c(v))$, такой, что $\mathbf{V}' = \mathbf{V} \backslash \{ v_1, v_2\}$.
6. Происходит переход к п. 2.

Нетрудно доказать, что данный алгоритм удовлетворяет условиям эквивалентности (2.1), поэтому получаемое решение является допустимым. Оптимальность полученного решения гарантируется следующей теоремой.

Теорема 2.1. *Общий уровень нагрузки на решении задачи (2.1)-(2.2) алгоритмом кратчайшего пути равен:*

$$Q^* = \sum_{u \in U^+} \deg(u) = \sum_{u \in U^-} \deg(u).$$

Доказательство проведем в два этапа. Сначала докажем, что общий уровень задолженности в системе не может быть меньше Q^*, затем – что он достигается при решении задачи (2.1) – (2.2) данным алгоритмом.

Пусть $Q < Q^*$. Тогда из условия:

$$Q < \sum_{u \in U^+} \deg(u) = \sum_{u \in U^+} (\deg^+(u) - \deg^-(u)). \quad (2.5)$$

С другой стороны, из (2.2):

$$Q = \sum_{v \in V} c(v) = \sum_{u \in U} \deg^+(u). \quad (2.6)$$

Тогда:

$$\sum_{u \in U} \deg^+(u) < \sum_{u \in U^+} (\deg^+(u) - \deg^-(u));$$

$$\sum_{u \in U^- \cup U^0} \deg^+(u) + \sum_{u \in U^+} \deg^-(u) < 0,$$

что противоречит неотрицательности величин $\deg^+(u)$ и $\deg^-(u)$.

Таким образом, уровень задолженности в системе не может быть меньше величины Q^*.

Для второй части доказательства нам потребуется следующая лемма:

Лемма 2.1. *Оптимальное решение задачи (2.1)-(2.2) не содержит путей с длиной, большей 1.*

Доказательство. Предположим, что это не так, т.е. в графе есть путь длины $l > 1$. Для определенности предположим, что $l = 2$. Тогда путь имеет вид $u_1 \to u_2 \to u_3$. Пусть $c_\Gamma(u_1 \to u_2) = c_1$, $c_\Gamma(u_2 \to u_3) = c_2$.

Предположим, что $c_1 > c_2$. Рассмотрим граф $\Gamma' = (\mathbf{U}, \mathbf{V}', c'(v))$, в котором $\mathbf{V}' = \mathbf{V} \cup \{(u_1 \to u_3)\} \setminus \{(u_2 \to u_3)\}$; $c'(u_1 \to u_3) = c_2$; $c'(u_1 \to u_2) = c_1 - c_2$.

Очевидно, данное преобразование не изменило степени вершин, т.е. Γ' эквивалентен Γ.

При этом общий уровень задолженности:

$$Q' = Q - c_1 - c_2 + (c_1 - c_2) + c_2 = Q - c_2 < Q.$$

Таким образом, мы нашли новый граф, удовлетворяющий условиям задачи (2.1) – (2.2), с меньшим значением функционала, т.е. исходный граф был не оптимален. Утверждение доказано для $l = 2$.

В случае $l > 2$, выделим в цепи участок длины 2 и проведем для него указанные выше рассуждения. При этом получим участок длины не более 1, т.е. длина всей цепи станет не более $(l-1)$. •

Вернемся теперь к доказательству теоремы.

Пусть $Q > Q^*$. Тогда из (2.5), (2.6):

$$\sum_{u \in U} \deg^+(u) > \sum_{u \in U^+} (\deg^+(u) - \deg^-(u));$$

$$\sum_{u \in U^-} \deg^+(u) + \sum_{u \in U^0} \deg^+(u) + \sum_{u \in U^+} \deg^-(u) > 0.$$

Последнее неравенство возможно если в системе имеется положительная задолженность либо должнику (первое слагаемое), либо изолированному предприятию (второе слагаемое), либо задолженность предприятия-кредитора (третье слагаемое).

Нетрудно видеть, что любой из данных случаев влечет наличие в графе пути длины, большей 1, поэтому согласно лемме 2.1, данный уровень задолженности не может быть минимальным. •

Оценим число операций данного алгоритма.

Теорема 2.2. *Пусть* Γ *– произвольный граф без петель. Тогда количество операций в алгоритме кратчайшего пути составит* $O(n^2)$*, где* n *- количество вершин в графе* Γ.

Доказательство. Так как количество вершин графа Г составляет n, то шаг 1 алгоритма будет выполнен n раз. Каждая вершина может иметь не более $(n - 1)$ входящего и $(n - 1)$ исходящего ребра. Тогда процедура сравнения весовой функции будет выполняться не более $2n(n - 1)$ раз. При этом удаляются либо все входящие ребра, либо все исходящие, то есть возврата к данной вершине в дальнейшем не происходит. Тогда для полной обработки графа Г потребуется $O(n^2)$ проходов процедуры. •

Таким образом, данный метод позволяет получать схему неплатежей предприятий с минимальным уровнем задолженности, сохраняя взаимосвязи "кредитор – должник". Быстродействие алгоритма не хуже, чем у известных методов реструктуризации задолженности, дающих оптимальное решение [26 , 71, 82].

Рассмотрим пример работы алгоритмов проведения циклического взаимозачета, кратчайшего пути на существующих в системе задолженностях и кратчайшего пути на полном графе задолженностей на исходных данных, представляющих схему задолженности предприятий и организаций Тверской области за газ и электроэнергию на 1 июля 1996 г. (рис. 2.2).

В результате последовательного применения описанных выше алгоритмов были получены схемы задолженности, представленные на рис. 2.3 – 2.5. Изменения общего уровня задолженности в системе приведены в таблице 2.2.

Видно, что для рассмотренной схемы общий уровень задолженности может быть снижен более чем в 2 раза без привлечения дополнительных финансовых средств.

Согласно теореме 2.1, остаток задолженности, имеющийся в системе после применения алгоритма отыскания кратчайшего пути, не может быть ликвидирован при помощи стратегий реструктуризации задолженности.

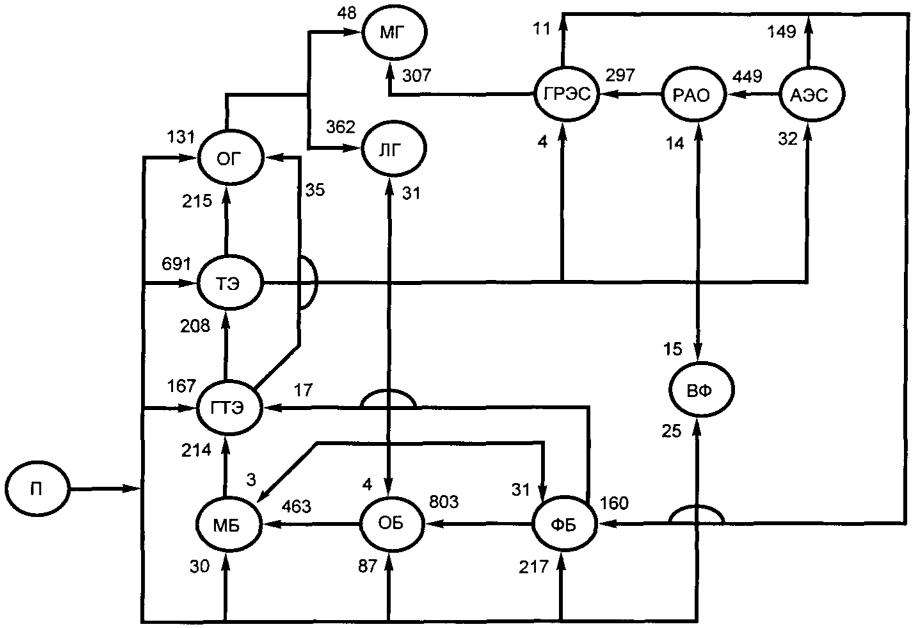


Рис. 2.2. Исходная схема неплатежей.

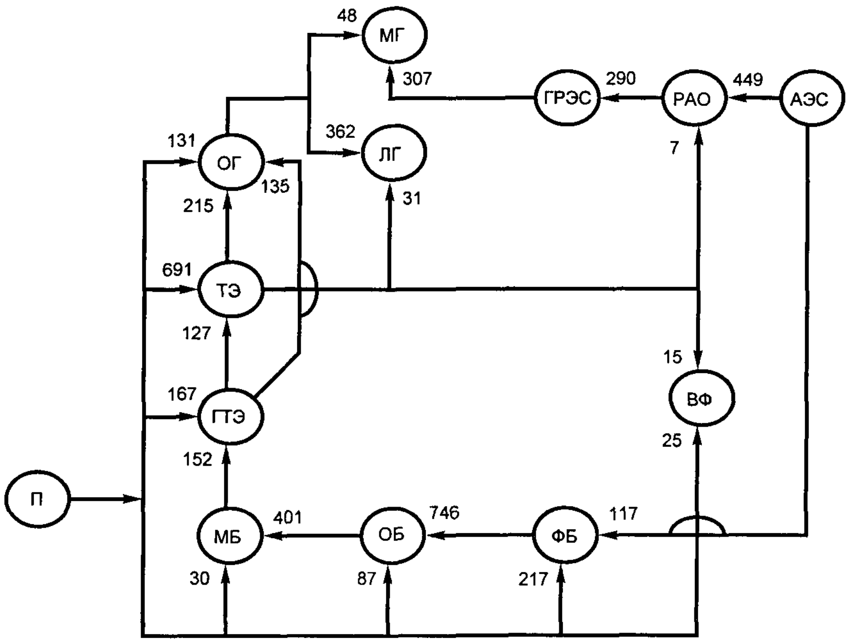


Рис. 2.3. Результат работы алгоритма удаления циклов.

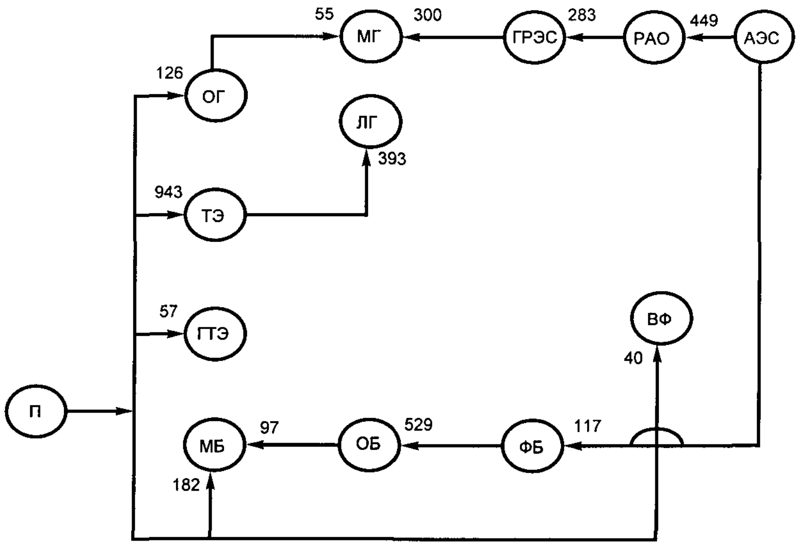


Рис. 2.4. Результат работы алгоритма кратчайшего пути на **V**.

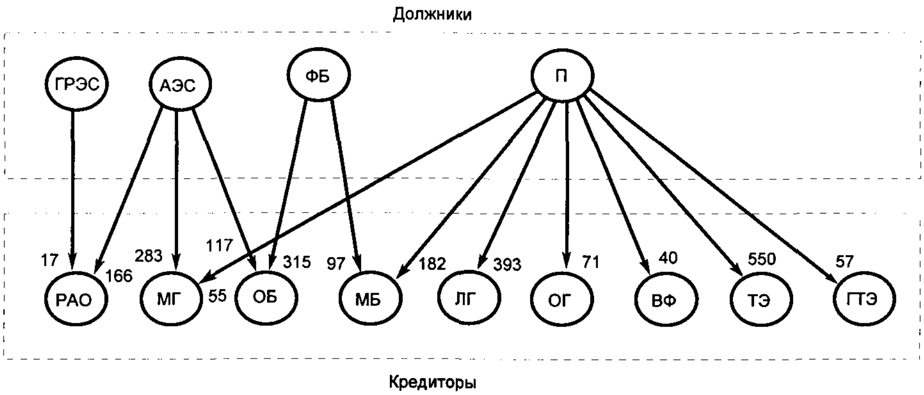


Рис. 2.5. Результат работы алгоритма кратчайшего пути на $\mathbf{V}_1$.

Таблица 2.1. Условные обозначения.

П - предприятия	ОГ – Тверьоблгаз
ВФ - внебюджетные фонды	МГ – Мосгаз
ФБ - федеральный бюджет	ЛГ – Ленгаз
ОБ - областной бюджет	ГРЭС – Конаковская ГРЭС
МБ - муниципальный бюджет	АЭС – Удомельская АЭС
ГТЭ - Тверьгортеплоэнерго	РАО - РАО ЕС
ТЭ – Тверьтеплоэнерго	

Таблица 2.2. Изменение уровня задолженности.

Алгоритм	Исходная схема	Удаление циклов	Определение кратчайшего пути на **V**	Определение кратчайшего пути на $\mathbf{V_1}$
Задолженность (млрд. руб.)	5160	4750	3571	2343

На практике применение метода исключения посредников из цепочек неплатежей опирается на возможность реализации существенных полномочий управляющего органа по перенаправлению задолженностей предприятий. Это обстоятельство ограничивает применимость метода, однако именно при этом возможно достичь минимального уровня взаимных задолженностей предприятий в системе.

§2.3 Программный комплекс реструктуризации задолженности предприятий.

Рассмотренный выше вычислительный метод, наряду с рядом других, реализован программно на ЭВМ в виде программного комплекса реструктуризации задолженности предприятий "DEBT".

2.3.1 Общие сведения.

Программный комплекс "DEBT" предназначен для определения оптимальных схем проведения взаимозачетов между предприятиями и организациями с целью сокращения общего уровня неплатежей и нахождения минимального уровня задолженности, достижимого путем проведения процедур реструктуризации без привлечения дополнительных финансовых средств.

Исходными данными для работы программного комплекса являются сведения о неплатежах предприятий в виде таблицы, содержащей идентификаторы должников и кредиторов, а также величины задолженностей. Исходные данные могут задаваться в формате таблицы dBASE либо Paradox, ее структура приведена в таблице 2.3.

Таблица 2.3. Структура исходных данных.

Поле	Тип	Значение
CID	Строка	Идентификатор I стороны
DID	Строка	Идентификатор II стороны
DDBT	Действ. число	Величина дебиторской задолженности I стороны
CDBT	Действ. число	Величина дебиторской задолженности II стороны

По заданным исходным данным программный комплекс позволяет определять оптимальные результаты проведения следующих процедур реструктуризации задолженности:

- проведение взаимозачетов для замкнутых цепочек неплатежей;
- удаление всех посредников в незамкнутой цепочке неплатежей.

Выходной информацией являются:

- сведения о замкнутых цепочках неплатежей (циклах): количество предприятий в цепочке, величина возможного взаимозачета;
- максимальное количество и общий объем взаимозачетов, которые могут быть проведены в системе;
- минимальный возможный уровень неплатежей в системе, который может быть достигнут без использования дополнительных финансов;
- идентификаторы предприятий-должников, являющихся причиной возникновения неплатежей;
- идентификаторы предприятий-кредиторов, которые могут нормально функционировать при отсутствии неплатежей;
- идентификаторы независимых предприятий, не затронутых неплатежами.

2.3.2 Меню программы.

Меню программы состоит из пунктов "Файл" и "Справка".

Пункт меню "Файл" содержит следующие команды:

- Новый – начало нового сеанса работы;
- Сохранить – сохранение информации о текущем сеансе работы;
- Открыть – возобновление работы с сохраненным сеансом работы;
- Параметры – задание параметров работы программы в текущем сеансе работы;
- Описание – задание имени таблицы с описаниями предприятий;
- Выход – окончание работы программы.

Меню "Справка" содержит команды:

- Информация – сведения о текущем сеансе работы;
- О Программе – сведения о версии программы.

2.3.3 Сеанс работы с программой

Сеанс работы с программой состоит из трех этапов: ввода исходных данных, проведения вычислений и анализа результатов.

Новый сеанс работы начинается при выборе команды "Новый" меню "Файл".

На этапе ввода исходных данных пользователю предлагается задать имя файла с таблицей, содержащей исходные данные, а также произвести настройку параметров текущего сеанса.

После выбора пользователем таблицы, программой отображаются сведения о структуре файла исходных данных и количестве записей в нем. Программа автоматически распознает поля, содержащие соответствующие исходные данные, однако пользователь может явным образом переопределить их имена. Далее, в зависимости от выбранного режима работы, программа запрашивает имена файлов, в которых будут сохраняться результаты расчетов и переходит к вычислениям. В процессе вычислений отображается информация о количестве просмотренных предприятий, количестве циклов, найденных в схеме неплатежей и общей сумме возможных взаимозачетов.

По окончании вычислений в основном окне программы отображаются три таблицы, содержащие исходные данные и результаты работы:

- Данные – таблица, выбранная пользователем в качестве исходных данных;
- Циклы – таблица, содержащая информацию о всех найденных в схеме неплатежей циклах.
- Задолженность – таблица, содержащая сведения о работе алгоритма кратчайшего пути и о суммарной задолженности предприятий.

Все таблицы с результатами работы программы сохраняются на внешнем носителе и доступны для дальнейшего анализа и редактирования.

Помимо этого, можно отобразить агрегированную информацию о текущем сеансе работы:

- число предприятий в схеме неплатежей;
- общий уровень задолженности;
- число найденных циклов;
- объем циклических взаимозачетов;
- остаток неплатежей после проведения взаимозачетов;
- минимальный достижимый уровень задолженности после применения метода кратчайшего пути.

2.3.4. Параметры сеанса работы.

Параметры сеанса работы задаются пользователем в начале сеанса, и позволяют задавать режим работы программы, а также устанавливать характеристики используемых вычислительных методов.

Программа предусматривает два режима работы:

- определение циклических взаимозачетов;
- отыскание задолженностей предприятий по методу кратчайшего пути.

В режиме определения циклических взаимозачетов параметр "Глубина просмотра" позволяет указать максимальную длину замкнутых циклов, которые будут отыскиваться программой в схеме неплатежей (по умолчанию 100).

Для указания способа обработки программой исходных данных используется параметр "Учитывать задолженность". Он позволяет обрабатывать только информацию о кредиторской задолженности предприятий, только о дебиторской задолженности либо об обоих типах задолженности.

В ряде случаев данные о задолженности, сообщаемые кредитором и дебитором, могут быть не согласованы. При этом, если принимается во внимание и та, и другая информация, в процессе расчетов могут возникать коллизии. Параметр "Разрешение коллизий" регламентирует поведение программы в этом случае. Может быть выбран автоматический учет наибольшего из значений либо остановка вычислений с выдачей запроса пользователю.

При выводе результатов программа может учитывать наименования предприятий. Для этого при помощи параметра "Описание" может быть задано имя таблицы, устанавливающей соответствие между идентификаторами предприятий в таблице исходных данных и их наименованиями. В этом случае вывод результатов работы программы производится в более удобной для пользователя форме, с указанием наименований предприятий вместо их идентификаторов.

Все параметры, заданные в текущем сеансе работы, могут быть сохранены в файле проекта на внешнем носителе для дальнейшего использования.

2.3.5. Вычислительные эксперименты.

Программный комплекс тестировался на реальных исходных данных о взаимных неплатежах 1494 предприятий и организаций Тверской области, предоставленных Информационно-аналитическим управлением при Губернаторе Тверской области.

Таблица 2.4. Результаты вычислительного эксперимента.

Общая сумма неплатежей (млрд. руб.)	Найдено циклов	Циклических неплатежей (млрд. руб.)	Минимальный уровень задолженности (млрд. руб.)
7512,784	10	2,469	6625,859

На основе данной информации проводилось отыскание циклических взаимозачетов и оптимальной стратегии реструктуризации неплатежей по методу кратчайшего пути. Время работы программного комплекса на этих исходных данных на ПЭВМ с процессором Pentium-166 составило 20 с.

Агрегированные результаты работы программного комплекса приведены в таблице 2.4.

Видно, что в рассматриваемой системе применение стратегии циклического взаимозачета дает неоптимальное решение, обеспечивая снижение суммарного уровня неплатежей всего на 0.03%. В то же время, применение метода кратчайшего пути позволило существенно (на 12%) сократить объем неплатежей в системе.

Следует заметить, что полученный в результате уровень задолженности, не может быть уменьшен никакими другими мерами по реструктуризации долгов. Дальнейшее его снижение может быть достигнуто только при использовании стратегий, предусматривающих дополнительное вложение финансовых средств в рассматриваемый промышленный комплекс.

Выводы.

1. В настоящее время наиболее распространенным методом погашения взаимных задолженностей предприятий является проведение циклических взаимозачетов. Однако данный метод не является оптимальным с точки зрения минимизации общего уровня неплатежей.
2. Существующие методы, дающие оптимальные с точки зрения минимизации общего уровня неплатежей решения, могут создавать в

системе новые взаимоотношения "должник – кредитор", что может приводить к трудностям в реализации этих стратегий.

3. Разработанный метод реструктуризации задолженностей путем удаления промежуточных вершин из цепочек неплатежей позволяет отыскивать оптимальные решения, не содержащие новых отношений "должник – кредитор". Применение данного метода приводит к существенному снижению общего уровня задолженности в промышленном комплексе и упрощению структуры схемы неплатежей предприятий.
4. На основе данного метода разработан программный комплекс, позволяющий производить определение оптимальных стратегий по реструктуризации задолженностей предприятий. Его аналитическое исследование и результаты вычислительных экспериментов показывают, что данный метод дает существенно лучшие результаты по сравнению с традиционно используемым методом циклических взаимозачетов.

ГЛАВА 3. ДИНАМИЧЕСКАЯ МИКРОЭКОНОМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ НЕПЛАТЕЖЕЙ

Описывается и исследуется математическая модель функционирования предприятия в условиях финансового кризиса. Формулируются условия оптимальности режимов выпуска для предприятий с рентабельной и нерентабельной технологией. Разрабатывается вычислительный алгоритм решения общей задачи управления предприятием в условиях неплатежей и описываются вычислительные эксперименты.

§3.1 Принципы построения математической модели функционирования предприятия в условиях финансового кризиса

Основным принципом функционирования предприятия традиционно считается максимизация прибыли от производственной деятельности, либо связанных с ней показателей [51]. Однако в кризисных условиях требование эффективности производственной деятельности предприятия может противоречить социальным и экономическим целям органов управления различного уровня [2, 62]. В связи с этим при моделировании функционирования предприятия в условиях кризиса необходимо использовать современные представления о деятельности экономических агентов, предполагающие наличие у них множества целей [2, 76, 81], некоторые из которых не сводятся к финансовым активам (табл. 3.1) и учитывать наличие условий целевой неопределенности в данных моделях.

С этой целью будем рассматривать предприятие, как субъекта, располагающего набором ресурсов, которые он распределяет для достижения своих целей [83], решая задачу оптимального управления (1.4) – (1.5). Для конкретизации этой задачи в качестве целей предприятия рассмотрим минимизацию вектора параметров, представляющих собой материальные и нематериальные показатели его деятельности. По

Таблица 3.1. Цели и критерии экономических агентов.

Цели	Критерии
Рыночные	Увеличение доли рынка
	Увеличение доли основного сегмента рынка
	Повышение уровня продаж
Производственные	Увеличение объема производства
	Увеличение объема валовой выручки
	Увеличение фондовооруженности
	Сокращение производственного цикла
Экономические	Увеличение валовой или чистой прибыли
	Уменьшение издержек
	Увеличение нормы прибыли
	Увеличение эффективности (рентабельности)
	Увеличение производительности труда
Социальные	Увеличение затрат на социальные нужды
	Увеличение потребления (в среднем на душу населения)
	Увеличение оплаты труда (среднего дохода на душу населения)
Решение ключевых проблем	Экономия за счет введения новых технологий, сокращения производственных и непроизводственных расходов
	Снижение загрязнения окружающей среды до допустимых норм

аналогии с материальными активами будем называть такие параметры *обобщенными активами.*

Такой подход позволяет помимо основной производственной деятельности учитывать также другие виды деятельности предприятия и рассматривать процесс управления задолженностью в рамках общей задачи оптимизации финансового состояния предприятия.

Структурно рассматриваемое предприятие может быть представлено как система, состоящая из следующих блоков (рис. 3.1):

- производственный блок;
- блок планирования и управления;
- блок распределения финансовых средств;
- блок закупки сырья и материалов;

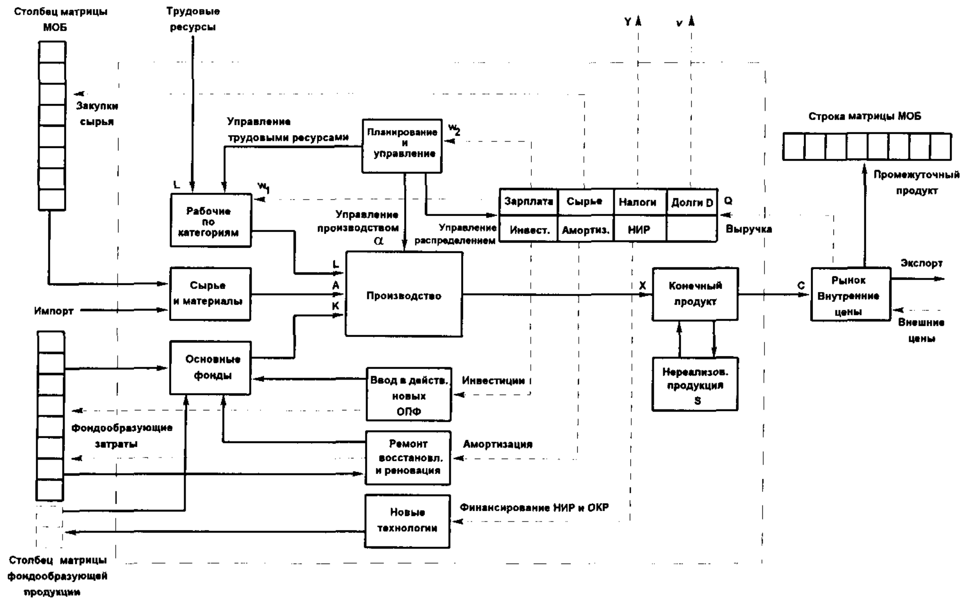


Рис. 3.1. Схема функционирования предприятия

- блок распределения готовой продукции;
- блок распределения трудовых ресурсов;
- блок использования основных фондов;
- блок ремонта и восстановления основных фондов;
- блок ввода в действие новых основных фондов;
- блок ввода новых технологий и средств производства.

Материальные и финансовые взаимосвязи между блоками указаны на рис. 3.1. Здесь сплошными линиями представлены материальные связи, пунктирными - денежные потоки.

Параметрами рассматриваемой системы являются:

$L(t)$ – численность работающих;

$K(t)$ – объем производственных мощностей;

$X(t)$ – объем валового выпуска отрасли, $0 \le X(t) \le K(t)$;

$S(t)$ – объем запасов готовой продукции, $0 \le S(t) \le S_{\max}(t)$;

α – скорость потерь запаса готовой продукции;

$S^0(t)$ – объем запасов сырья и материалов;

$A = \{a_j\}$ – вектор технологических коэффициентов прямых затрат сырья и материалов;

$B = \{b_j\}$ – вектор коэффициентов фондообразующих затрат;

$p(t)$ – цены на продукцию предприятия;

$p_j(t)$ – цены на сырье, материалы, оборудование, комплектующие и услуги поставщиков;

$C(t)$ – величина спроса на продукцию;

$w_i(t)$ – средняя заработная плата рабочих i-й категории;

μ – коэффициент амортизации производственных мощностей;

Y – величина налогов, взимаемых с предприятия;

$D(t)$ – величина просроченной задолженности предприятия;

$r(t)$ – норма начислений на просроченную задолженность;

$v(t)$ – величина выплат по погашению задолженности;

$N(t)$ – остаток расчетного счета предприятия;

$I(t)$ – отчисления на развитие производственных мощностей (внутренние инвестиции).

Функционирование предприятия планируется блоком планирования и управления согласно следующим исходным данным:

- рыночным ценам на продукцию;
- объему спроса;
- наличным запасам готовой продукции;
- имеющимся трудовым ресурсам;
- производственным мощностям.

В качестве обобщенных активов будем рассматривать величины счета предприятия $N(t)$ и просроченной задолженности $(-D(t))$ (знак минус взят, так как величина обобщенного актива максимизируется). Тогда целями планирования функционирования предприятия будет являться, с одной стороны, максимизация остатка расчетного счета на конечный момент времени [63], с другой – минимизация остатка просроченной задолженности:

$$N(T) \to \max; \quad D(T) \to \min. \tag{3.1}$$

на множестве допустимых значений параметров управления $v(t)$, $p(t)$, $X(t)$.

Согласно выработанным планам определяется количество производимой продукции и производятся закупки сырья и материалов по ценам поставщиков $p_j(t)$.

Предполагается, что предприятие выпускает один вид продукции. Готовая продукция, производимая в объеме $X(t)$: $0 \le X(t) \le K(t)$, учитывается в блоке "Конечный продукт":

$$\dot{S}(t) = -\alpha S(t) + X(t) - C(t). \tag{3.2}$$

Часть конечного продукта, определяемая спросом $C(t)$, реализуется по ценам $p(t)$, устанавливаемым предприятием, но не выше рыночных цен $\theta(t)$; оставшаяся часть формирует запас готовой продукции, который убывает в результате потерь со скоростью α.

Доход от реализации продукции предприятия $Q(t) = p(t)C(t)$ поступает в блок распределения финансовых средств и расходуется на:

- зарплату рабочим и управленческому персоналу $w_i(t)$;
- выплату налогов и отчисления во внебюджетные фонды $Y(t, X(t), Q(t))$;
- оплату задолженности и закупки сырья $v(t)$;
- закупки оборудования и комплектующих $I(t)$;
- амортизационные отчисления μ.

Остаток средств поступает на счет предприятия, формируя финансовые активы для дальнейшей производственной деятельности:

$$\dot{N}(t) = p(t)C(t) - \sum_i w_i(t)L_i(t) - v(t) - I(t) - Y(t, X(t), Q(t)). \tag{3.3}$$

Отчисления на погашение задолженности $v(t)$ уменьшают текущую задолженность предприятия, которая увеличивается при закупках сырья и начислении штрафных санкций:

$$\dot{D}(t) = rD(t) + X(t)\sum_j a_j p_j(t) - v(t). \tag{3.4}$$

Закупленное сырье пополняет производственные запасы (блок "Сырье и материалы").

При помощи амортизационных отчислений, а также средств, выделенных на закупки оборудования и комплектующих, происходит восстановление и увеличение производственных мощностей предприятия $K(t)$ (блоки "Ремонт и эксплуатация", "Ввод в действие новых ОПФ"):

$$\dot{K}(t) = -\mu K(t) + \frac{I(t)}{\sum_j b_j p_j(t)}. \tag{3.5}$$

Таким образом, в базовой модели функционирование предприятия в условиях финансового кризиса описывается следующей многокритериальной задачей оптимального управления:

$$N(T) \to \max; \qquad D(T) \to \min,$$

$$\dot{N}(t) = p(t)C(t) - \sum_i w_i(t)L_i(t) - v(t) - I(t) - Y(t, X(t), Q(t)); \; N(0) = N_0;$$

$$\dot{D}(t) = rD(t) + X(t)\sum_j a_j p_j(t) - v(t); \; D(0) = D_0;$$

$$\dot{S}(t) = -\alpha S(t) + X(t) - C(t); \; S(0) = S_0;$$

$$\dot{K}(t) = -\mu K(t) + \frac{I(t)}{\sum_j b_j p_j(t)}; \; K(0) = K_0;$$

$$N(t) \geq 0; \qquad D(t) \geq 0; \qquad 0 \leq S(t) \leq S_{\max};$$

$$0 \leq X(t) \leq K(t); \quad 0 \leq v(t) \leq v_{\max}; 0 \leq I(t) \leq I_{\max}.$$

В силу сложности данной модели аналитическое решение получить затруднительно, поэтому далее вводится ряд дополнительных предположений о характеристиках и условиях функционирования рассматриваемого предприятия, которые обеспечивают аналитическое решение рассматриваемой задачи. Сформулируем их в виде гипотез относительно характеристик и условий функционирования предприятия:

Гипотеза 1. Количество работающих $L(t)$ и производственная мощность предприятия $K(t)$ постоянны на рассматриваемом интервале времени.

Данное предположение используется в ряде работ, например [63], и представляется достаточно реалистичным в связи с тем, что в условиях кризиса политика администрации предприятия, как правило, направлена не на развитие, а на сохранение имеющихся мощностей и рабочих мест. Кроме того, в условиях низкой рентабельности производства внешние инвестиции практически отсутствуют в силу непривлекательности таких вложений для потенциальных инвесторов, а внутренние инвестиции (обозначенные в исходной модели через $I(t)$) – из за недостатка собственных финансовых средств.

Гипотеза 2. Величина трудовых ресурсов L не является лимитирующим объем выпуска фактором, и учитывается только в функции производственных издержек.

Данное допущение отражает реально существующую на многих предприятиях избыточность трудовых ресурсов [12], связанную с уже упомянутой политикой сохранения рабочих мест.

Гипотеза 3. Отпускные цены $p(t)$ на продукцию предприятия постоянны.

Как правило, данное предположение не выполняется в кризисной экономике для абсолютных величин цен. Однако, если рассматривать величины $p_j(t)$ и $\theta(t)$ не как абсолютные, а как относительные цены к уровню $p(t)$, то для краткосрочного промежутка времени оно является достаточно реальным. Данное предположение позволяет отделить компоненты изменения цен, вызванные внешними факторами (инфляционными процессами, колебаниями курсов валют и т.д.) от стратегических решений администрации по уровню цен, связанных с используемой на предприятии технологией производства продукции.

Гипотеза 4. Цели предприятия имеют равную важность.

Гипотезы 1 – 3 позволяют сократить размерность рассматриваемой задачи. При этом состояние системы будет описываться вектором $(N(t), D(t), S(t))$, а управление – вектором $(X(t), \nu(t))$.

Гипотеза 4 дает возможность отыскивать оптимальные по Слейтеру решения рассматриваемой задачи при помощи метода Карлина свертки критериев [55].

При указанных предположениях модель функционирования предприятия принимает следующий вид:

$$J(X(t), v(t)) = N(T) - D(T) \to \max.$$

$$\dot{N}(t) = p(t)C(t) - v(t) - Z(X); \qquad N(0) = N_0;$$

$$\dot{D}(t) = rD(t) + X(t)\sum_j a_j p_j(t) - v(t); \qquad D(0) = D_0; \qquad (3.\mathrm{I})$$

$$\dot{S}(t) = X(t) - C(t) - \alpha S(t); \qquad S(0) = S_0,$$

при фазовых ограничениях в каждый момент времени $t \in [0, T]$:

$$N(t) \geq 0; \qquad D(t) \geq 0; \qquad 0 \leq S(t) \leq S^1;$$

а также при ограничениях на управление:

$$0 \leq X(t) \leq K(t); \quad 0 \leq v(t) \leq v_{\max}(t),$$

где через $Z(X)$ обозначена функция производственных затрат – неотрицательная возрастающая функция, в которую мы включили издержки производства, не связанные с закупкой сырья и материалов (выплата заработной платы, отчисления в бюджеты и внебюджетные фонды, арендные платежи, амортизационные отчисления и т.д.).

Таким образом, рассматриваемая модель функционирования предприятия в условиях кризиса представляет задачу оптимального распределения ресурсов хозяйствующим субъектом с целью максимизации критерия в форме свертки величин обобщенных активов на конечный момент времени. Для решения этой задачи воспользуемся вариационным принципом и принципом максимума [7].

§3.2 Стационарный процесс функционирования динамической системы

Исследуем свойства допустимых процессов функционирования динамической системы в задаче I и найдем стационарный процесс.

Далее будем называть *технологией производства* для предприятия, функционирование которого описывается динамической системой задачи I, набор параметров (A, $Z(X)$). Будем говорить, что технология производства (A, $Z(X)$) *рентабельна* при объеме спроса $C^0 > 0$, если существует объем производства $0 < X \le C^0$, такой, что предприятие получает неотрицательную прибыль при условии полной реализации продукции:

$$Q(X) = (p - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j)X - Z(X) \ge 0. \tag{3.6}$$

Будем называть технологию *вполне рентабельной*, если она рентабельна для любого объема спроса $C^0 > 0$.

В общем случае произвольная технология производства (A, $Z(X)$) не является вполне рентабельной, что утверждается следующей теоремой.

Теорема 3.1. *Для произвольной технологии производства (A, Z(X)) справедливы следующие утверждения:*

1. *Если технология (A, Z(X)) рентабельна при объеме спроса* C^0 *, то она рентабельна для* $\forall C' > C^0$.
2. *Если технология (A, Z(X)) не является рентабельной при объеме спроса* C^0*, то она нерентабельна для* $\forall 0 < C' < C^0$.

Доказательство теоремы следует непосредственно из определения рентабельности технологии.

Таким образом, множество уровней спроса, при которых некоторая технология является рентабельной, представляет собой полуинтервал вида $[C^0, +\infty)$, где $C^0 \ge 0$ – минимальный уровень спроса, при котором предприятие получает неотрицательную прибыль. При непрерывности функции $Z(X)$ величина C^0 является наименьшим положительным корнем уравнения

$$(p - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j)C^0 - Z(C^0) = 0.$$

Из данной теоремы следует, что одним из важных факторов, влияющих на рентабельность функционирования предприятия является несоответствие уровня спроса и объема основных фондов. Это проявляется в случае крупных предприятий, имеющих большой уровень постоянных издержек, и поэтому нерентабельных при малом спросе.

Как правило, в рыночных условиях рентабельность технологии при текущем уровне спроса является необходимым условием возможности функционирования предприятия. Однако, как указывалось ранее, в условиях переходной экономики имеется большое количество нерентабельных предприятий. Далее мы исследуем зависимость структуры оптимального режима функционирования предприятия от рентабельности его технологии при заданном уровне спроса.

Рассмотрим прежде всего стационарный режим динамической системы, описывающей функционирование предприятия в задаче I.

Под стационарным будем понимать режим функционирования системы, на котором величины $D(t)$ и $S(t)$ постоянны при постоянных управляющих воздействиях $X(t)$ и $v(t)$. Важность исследования данного типа режимов обусловлена тем, что они позволяют отыскать границы области параметров системы, при которых в принципе возможен вывод предприятия из кризиса при сохранении используемой технологии. Действительно, функционирование предприятия на таком режиме обеспечивает невозрастание внешней задолженности, поэтому динамика изменения счета $N(t)$ будет определять изменение возможностей по ее погашению.

Предположим, что предприятие работает только на выплату задолженности, то есть, имеет место условие:

$$\dot{N}(t) = pC^0 - v - Z(X) = 0. \qquad (3.7)$$

В этом случае величина выплат $v = pC^0 - Z(X)$.

Тогда условие стационарности запишется как:

$$\dot{D}(t) = rD(t) + X\sum_{j=1}^{n} a_j p_j - v = 0. \qquad (3.8)$$

Подставляя в данное равенство условие (3.7), получим:

$$rD(t) + X\sum_{j=1}^{n} a_j p_j - pC^0 + Z(X) = 0;$$

$$X\sum_{j=1}^{n} a_j p_j + Z(X) = pC^0 - rD(t). \qquad (3.9)$$

Уравнение (3.9) определяет максимально возможный выпуск продукции, $X_{\max}(t)$, при котором не происходит возрастания задолженности. В частности, для линейной функции издержек $Z(X) = \beta X$, получим:

$$X_{\max}(t) = \frac{pC^0 - rD(t)}{\eta}, \qquad (3.10)$$

где $\eta = \sum_{j=1}^{n} a_j p_j + \beta$ – полные издержки производства.

Получение дохода в объеме pC^0 возможно только при $X_{\max}(t) \geq C^0$. Подставляя $X(t) = C^0$ в равенство (3.10), получим следующее условие:

$$(p - \eta)C^0 \geq rD. \qquad (3.11)$$

Оно совпадает с рентабельностью технологии при спросе C^0 только при $D(t) \equiv 0$. Таким образом, при ненулевом уровне задолженности даже рентабельность технологии не является достаточным условием погашения задолженности предприятием. Соотношение (3.11) определяет границу области параметров, описывающих технологию, объем спроса и величину задолженности, при которых возможен вывод предприятия из кризисного состояния без привлечения дополнительных финансовых средств.

В случае $X_{\max}(t) < C^0$ предприятие может функционировать в данном режиме, если оно продает продукции больше, чем производит, что возможно только при $S(t_0) > 0$. При этом запасы предприятия не пополняются, что приводит к их исчерпанию за время $t \leq t_{\max}$, где

$$t_{\max} = -\frac{1}{\alpha}\ln\frac{C^0 - X_{\max}}{S(t_0) + C^0 - X_{\max}}. \qquad (3.12)$$

В случае $S(t) = 0$ доход от продаж продукции предприятия будет равен pX. Тогда условие (3.9) запишется следующим образом:

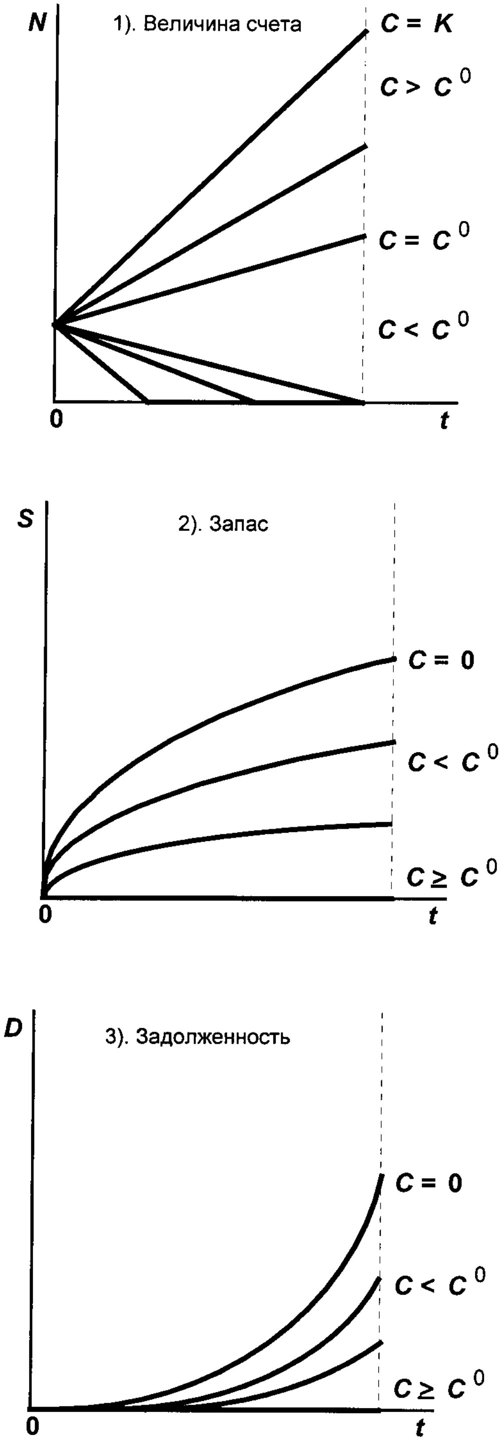


Рис. 3.2. Изменение траекторий системы в зависимости от C^0.

$$X\sum_{j=1}^{n} a_j p_j + Z(X) = pX - rD(t). \tag{3.13}$$

Проводя аналогичные предыдущему случаю рассуждения, можем установить, что для невозрастания задолженности в этом случае необходимо выполнение еще одного ограничения:

$$X \geq X_{\min} = \frac{rD}{p-\eta}. \tag{3.14}$$

Исследуем совместность системы ограничений $X_{\min} \leq X \leq X_{\max}$. Для этого достаточно выполнения условия:

$$\frac{rD}{p-\eta} \leq \frac{pC^0 - rD(t)}{\eta}, \tag{3.15}$$

которое после несложных преобразований приводит к неравенству $X_{\max} \geq C^0$, и, соответственно, к ограничению (3.11). Таким образом, справедлива следующая теорема:

Теорема 3.2. *В задаче I существует процесс, такой, что $D(T) = 0$ тогда и только тогда, когда выполнено условие (3.11).*

Таким образом, условия кризиса накладывают на технологию предприятия более жесткие требования, нежели рентабельность.

В случае отсутствия внешней задолженности условия стационарности системы выполняются при совпадении объема выпуска и уровня спроса. При этом режим функционирования предприятия определяется условиями

$$\dot{N}(t) = (p - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j)C^0 - Z(C^0);$$

$$D(t) \equiv 0; \qquad S(t) \equiv 0;$$

$$X(t) \equiv C^0; \qquad v(t) = C^0 \sum_{j=1}^{n} a_j p_j.$$

Исследуем устойчивость данного режима по параметрам системы. Нетрудно видеть, что при изменении α и r режим остается стационарным. При увеличении C^0 режим также не изменяется. Однако, если $C^0 < K$, то существует режим выпуска с большей нормой прибыли, также являющийся стационарным (рис. 3.2, график 1). При уменьшении C^0

рассматриваемый режим теряет стационарность: $\dot{S} > 0$, происходит затоваривание и предприятие несет дополнительные убытки за счет потерь готовой продукции. Для данного уровня C^0 существует соответствующий стационарный режим, однако при этом может нарушиться рентабельность технологии производства, что приведет к возрастанию задолженности и потере стационарности (рис. 3.2, график 3).

Изменение значений параметров p, p_i и a_i оказывает влияние на рентабельность технологии производства при уровне спроса C^0. При экзогенном увеличении p рассматриваемый режим сохраняет стационарность и возрастает норма прибыли предприятия. При уменьшении p стационарность также сохраняется, однако норма прибыли уменьшается. В этом случае технология также может стать нерентабельной при спросе C^0, что приводит к росту задолженности и потере стационарности режимом.

Изменение параметров p_i и a_i оказывает обратное влияние на режим функционирования.

Таким образом видно, что стационарный режим системы является неустойчивым по параметрам, поэтому при неблагоприятных факторах (уменьшение C^0, p, увеличение p_i или a_i) происходит потеря стационарности и накопление задолженности предприятия. В связи с этим, большое значение приобретает изучение стратегий выпуска продукции и погашения задолженности, минимизирующих убытки предприятия.

§3.3 Оптимальный процесс функционирования предприятия.

Сформулированная выше модель предприятия ориентирована на достижение распределения ресурсов, приводящего к повышению его финансового благосостояния. Поэтому необходимым условием скорейшего вывода предприятия из кризиса неплатежей является применение им оптимальной стратегии – решения задачи I. Поэтому представляется важным отыскание оптимальных процессов функционирования предприятия, описываемого данной моделью, в различных условиях внешней среды.

Как правило, процесс управления реальным предприятием производится не непрерывно, а с некоторой дискретностью. В связи с этим мы исследуем дискретные оптимальные процессы управления предприятием. Далее предельным переходом будет получен процесс управления в задаче с непрерывным временем и будет доказана его оптимальность в задаче I. Помимо этого будет доказано, что найденный процесс удовлетворяет необходимым условиям оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина.

3.3.1 Оптимальный процесс функционирования предприятия с рентабельной технологией.

Оптимальный процесс функционирования предприятия существенно зависит от того, обеспечивает ли уровень внешнего спроса на его продукцию рентабельность технологии производства. В данном пункте мы будем предполагать, что рассматриваемое предприятие имеет рентабельную технологию при заданном уровне спроса C^0, а в следующем исследуем случай нерентабельной технологии.

Лемма 3.1. *При рентабельности технологии предприятия на оптимальном режиме функционирования* $v^*(t) \geq \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X^*(t)$.

Доказательство. Предположим, что $\exists$ t_0, t_1 : $0 \leq t_0 \leq t_1 \leq T$, $\forall\, t \in [\,t_0, t_1]$: $v^*(t) < \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X^*(t)$.

Рассмотрим функцию:

$$v'(t) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X^*(t), & t_0 \leq t \leq t_1 \\ v^*(t), & \text{иначе} \end{cases}.$$

В силу рентабельности технологии:

$$\dot N(t) = pC(t) - v'(t) - Z(X^*(t)) = pC(t) - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X^*(t) - Z(X^*(t)) \geq 0$$

$$\forall\ t \in [\, t_0, t_1].$$

Так как управление $(X^*(t), v^*(t))$ – допустимое, имеем $N(t_0) \geq 0$. Тогда в силу предыдущего неравенства $\forall\ t \in [\, t_0, t_1]$ $N(t) \geq 0$, т.е. управление $(X^*(t), v'(t))$ является допустимым в исходной задаче.

Вычислим значения функционала J на управлениях $v^*(t)$ и $v'(t)$:

$$N(T)|_{v'(t)} = \int_0^T (pC(t) - v'(t) - Z(X^*(t)))dt = \int_0^{t_0} (pC(t) - v^*(t) - Z(X^*(t)))dt +$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} (pC(t) - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X^*(t) - Z(X^*(t)))dt + \int_{t_1}^{T} (pC(t) - v^*(t) - Z(X^*(t)))dt =$$

$$= \int_0^T (pC(t) - v^*(t) - Z(X^*(t)))dt + \int_{t_0}^{t_1} (v^*(t) - v'(t))dt = N(t)|_{v^*(t)} - \int_{t_0}^{t_1} (v'(t) - v^*(t))dt.$$

По предположению, $v^*(t) < v'(t)$ $\forall\ t \in [\, t_0, t_1]$. Тогда:

$$N(T)|_{v^*(t)} - N(T)|_{v'(t)} = \int_{t_0}^{t_1} (v'(t) - v^*(t))dt.$$

Теперь рассмотрим величину $D(T)$:

$$\dot D(t) = rD(t) + X(t) \sum_j a_j p_j(t) - v(t); \qquad D(0) = D_0,$$

тогда

$$D(t) = D_0 e^{\rho t} + \int_0^t (X(\tau) \sum_j a_j p_j(\tau) - v(\tau)) e^{\rho(t-\tau)} d\tau,$$

$$D(T)|_{v^*(t)} - D(T)|_{v'(t)} = \int_0^{Tt} (v'(\tau) - v^*(\tau)) e^{\rho(t-\tau)} d\tau.$$

$$J|_{v'(t)} - J|_{v^*(t)} = N(T)|_{v'(t)} - N(T)|_{v^*(t)} - D(T)|_{v'(t)} + D(T)|_{v^*(t)} =$$

$$= \int_{t_0}^{t_1} (v'(t) - v^*(t))dt - \int_{t_0}^{t_1} (v'(t) - v^*(t)) e^{\rho(t-\tau)} dt =$$

$$= \int_{t_0}^{t_1} (v'(t) - v^*(t))(1 - e^{\rho(t-\tau)})dt.$$

Первый множитель подынтегральной функции положителен, второй – отрицателен $\forall t < T$. Таким образом $J|_{v'(t)} - J|_{v^*(t)} < 0$, т.е. управление $v^*(t)$ не является оптимальным. •

Полученный результат утверждает, что при оптимальном управлении предприятием с рентабельной технологией не создается дополнительной задолженности, а ее прирост происходит только за счет начислений на начальную величину D_0.

В этом случае дифференциальные связи могут быть записаны в следующем виде:

$$\dot{N}(t) = p(t)C(t) - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X - Z(X) - f(t); \qquad N(0) = N_0; \tag{3.16}$$

$$\dot{D}(t) = rD(t) + X(t)\sum_{j} a_j p_j(t) - f(t); \qquad D(0) = D_0; \tag{3.17}$$

где $f(t) = v(t) - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X$ – выплаты по погашению задолженности D_0.

Рассмотрим случай $D_0 = 0$, соответствующий отсутствию кредиторской задолженности. При этом компонента выплат $f(t) = 0$ и задача I с учетом условия (3.16) запишется в виде:

$$J_{\text{II}}(X(t)) = N(T) \to \max,$$

$$\dot{N}(t) = p(t)C(t) - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X(t) - Z(X(t)); \qquad N_1(0) = N_0;$$

$$\dot{S}(t) = X(t) - C(t) - \alpha S(t); \qquad S(0) = S_0, \qquad (3.\text{II})$$

$$N_1(t) \geq 0; \qquad 0 \leq S(t) \leq S^1; \qquad 0 \leq X(t) \leq K(t).$$

Л е м м а 3 . 2 . *Пусть $X^*(t)$ – оптимальное управление в задаче (II). Тогда $X^*(t)$ является оптимальным управлением в задаче (I) при произвольной функции выплат $f(t)$ такой, что $\forall t \in [0, T]$ $N(t)|_{X^*(t), f(t)} \geq 0$.*

Д о к а з а т е л ь с т в о . В силу $N(t)|_{X^*(t),\ f(t)} \geq 0$ $X^*(t)$ – допустимое управление в модифицированной задаче. При этом

$$N(T)|_{X(t)} = \int_0^T (p(t)C(t) - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X(t) - Z(X(t)) - f(t))dt =$$

$$= \int_0^T (p(t)C(t) - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X(t) - Z(X(t)))dt - \int_0^T f(t)dt = N_1(T) - \int_0^T f(t)dt .$$

Тогда:

$$J(X^*(t)) - J(X(t)) = N(T)|_{X^*(t)} - N(T)|_{X(t)} = N_1(T)|_{X^*(t)} - \int_0^T f(t)dt -$$

$$- N_1(T)|_{X(t)} + \int_0^T f(t)dt = J_{II}(X^*(t)) - J_{II}(X(t)) \geq 0,$$

т.е. управление $X^*(t)$ – оптимально в задаче I. •

Таким образом, при наличии нагрузки $f(t)$, такой, что в каждый момент времени величина счета на оптимальном режиме неотрицательна, оптимальное управление рассматриваемой системой не изменяется, что дает возможность провести декомпозицию исходной модели и рассматривать по отдельности задачи максимизации прибыли и погашения задолженности.

Нетрудно видеть, что решением задачи II при условии рентабельности технологии предприятия является функция

$$X(t) = \min\{K(t), C(t)\}.$$

Задача определения оптимальной стратегии выплат по задолженности предприятия с заданным бюджетным ограничением $N(t)$ формулируется следующим образом:

$$J_{III}(f(t)) = D(T) \to \min,$$

$$\dot{D}(t) = rD(t) - f(t); \qquad D(0) = D_0; \qquad (3.III)$$

$$D(t) \geq 0; \qquad N(t) \geq 0; \qquad 0 \leq f(t) \leq v_{\max}.$$

В силу ограничения на неотрицательность фазовой переменной $D(t)$ достаточным условием оптимальности допустимого управления $f(t)$ в данной задаче является $D(T)|_{v(t)} = 0$. Учитывая, что бюджетное ограничение при наличии выплат $f(t)$.

$$N(T) = \int_0^T (p(t)C(t) - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X(t) - Z(X(t)))dt - \int_0^T f(t)dt , \qquad (3.18)$$

будем отыскивать стратегию $f^*(t)$ такую, что

$$J_{IV}(f(t)) = \int_0^T f(t)dt \to \min,$$

$$\dot{D}(t) = rD(t) - f(t); \quad D(0) = D_0; \quad D(T) = 0; \qquad (3.IV)$$

$$N(t) \geq 0; \quad 0 \leq f(t) \leq v_{max}.$$

Теорема 3.3. *Пусть существуют $X^*(t)$ – оптимальное управление в задаче II и $f^*(t, X)$ – оптимальное управление в задаче IV с заданным бюджетным ограничением. Тогда если* $\forall t \in [0, T]$ $N(t)|_{X^*(t), f^*(t)} \geq 0$, то $(X^*(t), \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X^*(t) + f^*(t, X^*))$ *– оптимальное управление в задаче I.*

Доказательство. В силу леммы 3.1 задача I может быть приведена к задаче оптимизации функционала J на множестве управлений $(X(t), f(t))$, где $f(t) = v(t) - \sum_{j=1}^{n} a_j p_j X(t)$, при ограничениях (3.16), (3.17).

Достаточным условием оптимальности управления в данной задаче является одновременное выполнение условий:

$$J'(X(t), f(t)) = N(T) \to \max, \quad J_{III}(f(t)) = D(T) \to \min, \qquad (3.19)$$

при указанных ограничениях.

Для $J_{III}(f(t))$ достаточным условием оптимальности является $D(T)|_{f(t)} = 0$. Поэтому любое допустимое управление $f(t)$ в задаче IV будет оптимальным для $J_{III}(f(t))$.

Кроме того, в силу (3.16),

$$\forall X(t)\ J'(X(t), f^*(t)) \geq J'(X(t), f(t))\ \forall f(t) \neq f^*(t).$$

С другой стороны, в силу леммы 3.2,

$$\forall f(t)\ J'(X^*(t), f^*(t)) \geq J'(X(t), f^*(t))\ \forall X(t) \neq X^*(t).$$

Из этих неравенств следует $J'(X^*(t), f^*(t)) \geq J'(X(t), f(t))$ $\forall f(t) \neq f^*(t)$, $\forall X(t) \neq X^*(t)$, т.е. управление $(X^*(t), f^*(t))$ максимизирует функционал $J'(X(t), f(t))$.

Отсюда следует, что управление ($X^*(t)$, $\sum_{j=1}^{n} a_j p_j X^*(t)$ + $f^*(t)$) будет оптимальным в задаче I. •

Таким образом, исходная задача оптимального управления может быть сведена к решению двух задач более простого вида. Действительно, оптимальное управление $f^*(t)$ в задаче IV может быть найдено аналитически. Несложно получить, что:

$$f^*(t) = \begin{cases} v_{\max}, & 0 \le t \le t_0 \\ 0, & t_0 < t \le T \end{cases}, \qquad (3.20)$$

где t_0 определяется из уравнения:

$$D(t_0) = D_0 \exp(\rho t_0) - \int_0^{t_0} N(\tau) e^{\rho(t_0-\tau)} d\tau = 0, \qquad (3.21)$$

а $v_{\max}$ – из условия $N(t)\,|_{f^*(t)} = 0$.

Видно, что оптимальное управление в задаче IV существует при условии

$$D_0 \le \int_0^{T} N(\tau) e^{-\rho\tau} d\tau. \qquad (3.22)$$

При нарушении данного ограничения полное погашение предприятием задолженности за период времени T невозможно.

Однако, оптимальное управление в задаче I в этом случае по-прежнему существует, и может быть найдено как решение задачи IV при нефиксированном $D(T)$ с условием $D(T) \to \min$. Оптимальное решение этой задачи:

$$v^*(t) = v_{\max} \quad \forall\, t \in [0, T].$$

На этом решении достигается лишь частичное погашение задолженности. Остаток задолженности предприятия на конец периода планирования в этом случае составит:

$$D(T) = D_0 e^{\rho T} - \int_0^{T} N(\tau) e^{\rho(T-\tau)} d\tau \qquad (3.23)$$

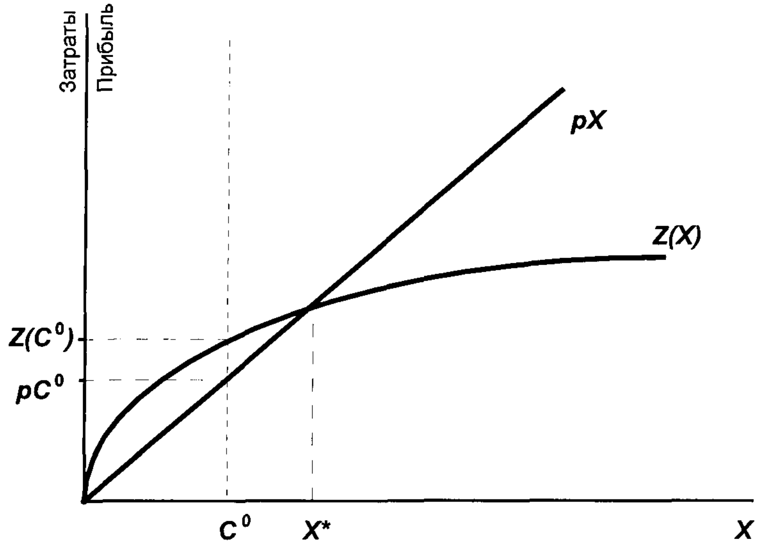


Рис. 3.3. Функции дохода и затрат для ВДМ-технологии.

3.3.2. Оптимальный процесс функционирования предприятия с нерентабельной технологией.

В данном параграфе рассмотрим случай предприятия с ВДМ-технологией, характеризующегося вогнутой функцией затрат $Z(X)$. Типичный такого рода вид функции затрат приведен на рис. 3.3.

Видно, что технология не является вполне рентабельной, поэтому условия леммы 3.1 в данном случае могут не выполняться, и найденный ранее режим функционирования может не быть оптимальным.

Рассмотрим сначала задачу управления таким предприятием при отсутствии внешнего долга (задача II, §3.1).

Очевидно, выпуск продукции в объеме, меньшем X^*, не выгоден для предприятия. С другой стороны, из-за наличия потерь готовой продукции следует, что предприятие не может постоянно выпускать продукцию в объемах, больших X^*, так как это также приводит к убыткам.

Поэтому будем отыскивать оптимальный режим функционирования предприятия среди импульсных режимов вида:

$$X(t)=\begin{cases}X^0, & t\in[0,t_0]\\ 0, & t\in[t_0,T]\end{cases}. \qquad (3.24)$$

где $X^0 \geq X^*$.

В силу условия $C^0 < X^*$ для такого режима функционирования конечный спрос на продукцию предприятия будет полностью удовлетворяться на отрезке времени $[0, t_0]$, поэтому $C(t) = C^0$ для $t\in[0, t_0]$. С другой стороны, на отрезке времени $[t_0, T]$ продукция не производится, поэтому при исчерпании запаса готовой продукции $S(t)$ объем продаж $C(t)$=0. Таким образом, задача II сводится к задаче отыскания величин (X^0, t_0), максимизирующих функцию:

$$J(X^0, t_0) = N(T) \to \max, \qquad (3.25)$$

при условиях:

$$\dot N(t)=\begin{cases}p(t)C^0 - X^0\sum_j a_j p_j(t) - Z(X^0), & t\in[0,t_0]\\ p(t)C^0, & t\in[t_0,t_1],\\ 0, & t\in[t_1,T]\end{cases} \quad N(0)=N_0; \qquad (3.26)$$

$$\dot S(t)=\begin{cases}X^0 - C^0 - \alpha S(t), & t\in[0,t_0]\\ -C^0-\alpha S(t), & t\in[t_0,t_1],\\ 0 & t\in[t_1,T]\end{cases} \quad S(0)=S_0, \quad S(t_1)=0; \qquad (3.27)$$

$$0 \leq X^0 \leq K.$$

В данной задаче мы не накладываем ограничений на неотрицательность $N(t)$, так как при нерентабельной технологии производства оно не выполняется. Мы также не рассматриваем здесь ограничения на объем готовой продукции.

Динамика запаса готовой продукции $S(t)$ в данной задаче может быть найдена в явном виде:

$$S(t)=\begin{cases}\frac{1}{\alpha}(X^0 - C^0 + e^{-\alpha t}(C^0+\alpha S_0 - X^0)), & t\in[0,t_0]\\ \frac{1}{\alpha}(X^0 e^{\alpha(t_0-t)} - C^0 + e^{-\alpha t}(C^0+\alpha S_0 - X^0)), & t\in[t_0,t_1].\\ 0, & t\in[t_1,T]\end{cases} \qquad (3.28)$$

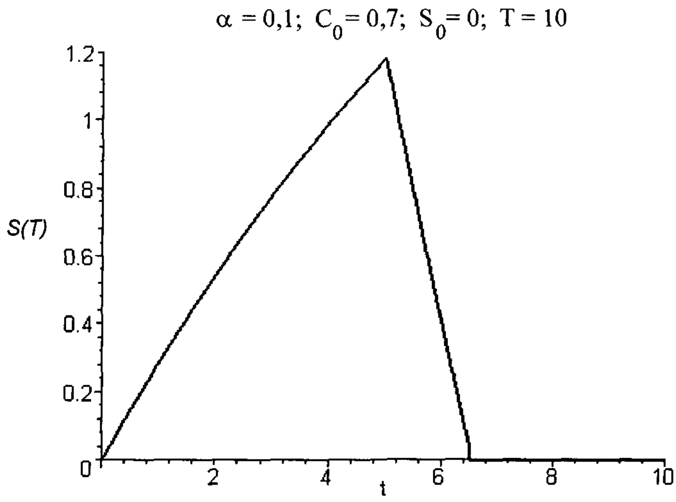


Рис. 3.4. Функция S(t).

Типичный вид функции $S(t)$ приведен на рис. 3.4.

При условии превышения выручки от продаж продукции над издержками производства (что обеспечивается неравенством $X^0 \geq X^*$ и тем, что произведенная продукция реализуется полностью) максимум прибыли, очевидно, будет достигаться при максимальном объеме продаж, т.е. для данной задачи, при условии $t_1 = T$. В этом случае запас произведенной на отрезке времени $[0, t_0]$ продукции должен быть достаточно велик для покрытия конечного спроса на всем отрезке $[0, T]$ с учетом выбытия. Это условие соответствует равенству $S(T) = 0$.

Тогда из (3.28) может быть получено явное выражение для зависимости величины $S(T)$ от X^0 и t_0:

$$S(T) = \frac{1}{\alpha}(X^0 e^{\alpha(t_0 - T)} - C^0 + e^{-\alpha T}(C^0 + \alpha S_0 - X^0)) = 0. \qquad (3.29)$$

Таким образом, при фиксированных параметрах α, C^0, S_0 и T может быть определен конкретный вид зависимости $S(T)$ от X^0 и t_0. Пример такой зависимости приведен на рис. 3.5.

Тогда X^0 и t_0 такие, что $S(T) = 0$, соотносятся следующим образом:

$$X^0 = \frac{C_0(1 - e^{\alpha T}) - \alpha S_0}{1 - e^{\alpha t_0}}. \qquad (3.30)$$

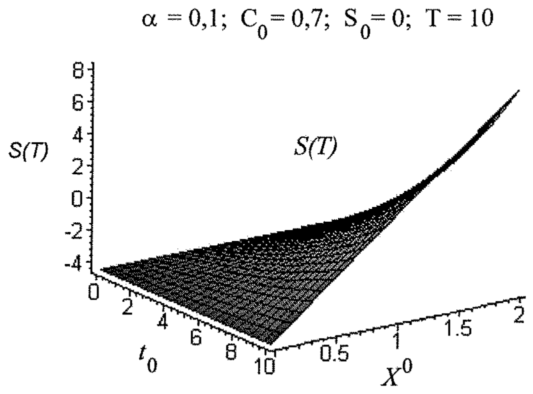


Рис. 3.5. Зависимость $S(T)$ от параметров X^0 и t_0.

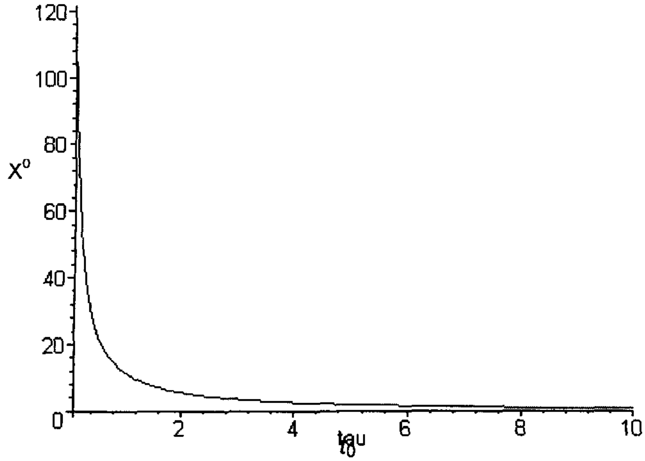


Рис. 3.6. Зависимость $X^0(t_0)$.

Вид данной зависимости приведен на рис. 3.6.

Таким образом, параметры импульсного режима X^0 и t_0, обеспечивающие минимизацию издержек производства при полной реализации продукции, могут быть найдены из (3.30).

Вернемся к рассмотрению исходной задачи и найдем оптимальную стратегию производства продукции $\{X^0, t_0\}$ и выплат $v(t)$ предприятием с нерентабельной технологией при наличии внешней задолженности $D(t)$.

Вновь рассмотрим импульсные режимы производства (3.24). Имеем задачу:

$$J(X^0, t_0) = N(T) - D(T) \to \max,$$

$$\dot{N}(t) = \begin{cases} p(t)C^0 - Z(X^0) - v(t), & t \in [0, t_0] \\ p(t)C^0 - v(t), & t \in [t_0, t_1] \\ -v(t), & t \in [t_1, T] \end{cases}, \; N(0) = N_0;$$

$$\dot{S}(t) = \begin{cases} X^0 - C^0 - \alpha S(t), & t \in [0, t_0] \\ -C^0 - \alpha S(t), & t \in [t_0, t_1] \\ 0 & t \in [t_1, T] \end{cases}, \; S(0) = S_0, \quad S(t_1) = 0;$$

$$\dot{D}(t) = \begin{cases} rD(t) + X^0 \sum_j a_j p_j(t) + Z(X^0) - v(t), & t \in [0, t_0] \\ rD(t) - v(t), & t \in [t_0, T] \end{cases}, \; D(0) = D_0;$$

$$N(t) \geq 0; \; D(t) \geq 0;$$

$$0 \leq X^0 \leq K; \; 0 \leq t_0 \leq T; \quad 0 \leq v(t) \leq v_{\max}.$$

Тогда:

$$N(T) = \int_0^T p(t)C^0 dt - \int_0^T v(t)dt; \tag{3.31}$$

$$D(T) = D_0 e^{rT} + \int_0^{t_0} e^{r(T-t)}(X^0 \sum_j a_j p_j(t) + Z(X^0))dt - \int_0^T e^{r(T-t)} v(t)dt; \tag{3.32}$$

$$J = \int_0^T p(t)C^0 dt - D_0 e^{rT} - \int_0^{t_0} e^{r(T-t)}(X^0 \sum_j a_j p_j(t) + Z(X^0))dt - \int_0^T v(t)(1 - e^{r(T-t)})dt =$$

$$= \int_0^T pC^0 dt - D_0 e^{rT} - e^{rT}(X^0 \sum_j a_j p_j(t) + Z(X^0))(1 - e^{-rt_0}) - \int_0^T v(t)(1 - e^{r(T-t)})dt \to \max_{\{X^0, t^0, v(t)\}}$$

В данном выражении первое слагаемое не зависит от управлений, а второе и третье – независимы между собой, т.е. задача максимизации J может быть сведена к двум задачам оптимизации следующего вида:

$$(X^0 \sum_j a_j p_j + Z(X^0))(1 - e^{-rt_0}) \to \max_{X^0, t_0}; \quad 0 \leq X^0 \leq K; \quad 0 \leq t_0 \leq T; \tag{3.33}$$

$$\int_0^T v(t)(1 - e^{r(T-t)})dt \to \min_{v(t)}; \quad 0 \leq v(t) \leq v_{\max}; \tag{3.34}$$

$$N(t) \geq 0; \qquad D(t) \geq 0.$$

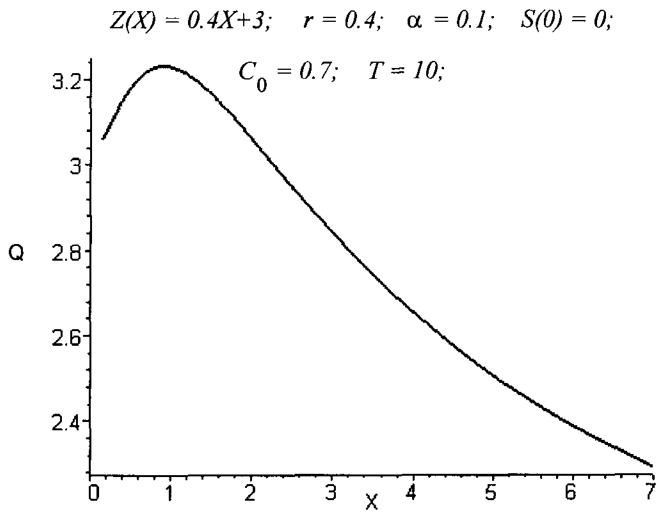


Рис. 3.7. Зависимость $F_1(X)$ для линейной функции издержек.

Подставив в первую функцию значение t^0, полученное из условия оптимальности (3.30), получим задачу условной оптимизации функции:

$$F_1(X^0) = (X^0 \sum_j a_j p_j + Z(X^0))(1-(1-\frac{C^0(1-e^{\alpha T})+\alpha S_0}{X^0})^{-\frac{r}{\alpha}}) \to \max_{X^0}; \quad (3.35)$$

при ограничениях:

$$0 \le X^0 \le K; \qquad 0 \le \frac{1}{\alpha}\ln(1-\frac{C^0(1-e^{\alpha T})+\alpha S_0}{X^0}) \le T.$$

Тогда в зависимости от вида функции издержек $Z(X)$, величин параметров производственной системы и рынков факторов производства и выпускаемой продукции, может быть определена конкретная величина оптимального выпуска X^0. Пример функции $F_1(X)$ для линейной функции издержек приведен на рис. 3.7.

Рассмотрим вторую задачу оптимизации. Минимизируемый функционал линеен по $v(t)$, и в силу того, что $(1 - e^{r(T-t)}) < 0 \ \forall t < T$, достаточным условием минимума является $v(t) = v_{\max} \ \forall t < T$, где $v_{\max}$ – такое, что выполнено одно из условий $N(t) = 0$ либо $D(t) = 0$. Отсюда вытекает следующее необходимое условие оптимальности процесса выплат $v(t)$:

$$(N(t)D(t))\big|_{v^*(t)} = 0, \quad \forall t \in [0, T]. \quad (3.36)$$

Таким образом, предприятию выгодно расплатиться с долговыми обязательствами как можно быстрее.

Теперь рассмотрим более общий случай произвольной кусочно-постоянной функции выпуска продукции. Пусть $X^*(t)$ - некоторый кусочно-постоянный режим выпуска продукции, содержащий n точек переключения. Будем предполагать, что он удовлетворяет сформулированному выше необходимому условию оптимальности: объем выпускаемой продукции полностью покрывает конечный спрос. Рассмотрим отрезок времени $[t_0, t_1]$, такой, что:

$$X^*(t) = \begin{cases} X_1, & t \in [t_0, s] \\ 0, & t \in [s, t_1] \end{cases}. \tag{3.37}$$

Определим режим $X'(t)$ с $n+2$ точками переключения следующим образом:

$$X'(t) = \begin{cases} X_1, & t \in [t_0, \tau_1] \\ K, & t \in [s, \tau_2] \\ 0, & t \in [\tau_1, s] \bigcup [\tau_2, t_1] \end{cases}; \tag{3.38}$$

где $\tau_1 = \max\{\tau \in [t_0, s] : S(s)|_{X'(t)} = 0\}$;

$\tau_2 \in [s, t_1]$ – такое, что $S(\tau_2)|_{X'(t)} = S(\tau_2)|_{X^*(t)}$.

Нетрудно проверить, что на определенном таким образом режиме $X'(t)$ конечный спрос также будет удовлетворяться полностью. Тогда валовой доход предприятия от продажи продукции не изменится. Рассмотрим, каким образом изменится величина задолженности. Из (3.32) имеем:

$$D(T)|_{X'(t)} = D_0 e^{rT} + \int_0^T e^{r(T-t)}(X'(t)\sum_j a_j p_j(t) + Z(X'(t)))dt - \int_0^T e^{r(T-t)} v(t)dt =$$

$$= D_0 e^{rT} + \int_0^{\tau_1} e^{r(T-t)}(X^*(t)\sum_j a_j p_j(t) + Z(X^*(t)))dt + \int_s^{\tau_2} e^{r(T-t)}(X_1 \sum_j a_j p_j(t) + Z(X_1))dt +$$

$$+ \int_{t_1}^T e^{r(T-t)}(X^*(t)\sum_j a_j p_j(t) + Z(X^*(T)))dt - \int_0^T e^{r(T-t)} v(t)dt .$$

Тогда:

$$D(T)|_{X(t)} - D(T)|_{X^*(t)} = e^{rT}(X_1\sum_j a_j p_j(t) + Z(X_1))(\int_s^{\tau_2} e^{-rt}dt - \int_{\tau_1}^{s} e^{-rt}dt) =$$

$$= -e^{rT}(X_1\sum_j a_j p_j(t) + Z(X_1))(e^{-r\tau_2} + e^{-r\tau_1}) < 0.$$

Таким образом, имеет место следующее утверждение:

Лемма 3.3. *При увеличении числа точек разрыва управления X(t) значения функционала монотонно возрастают.*

С другой стороны, очевидно, что данная величина ограничена сверху. Поэтому при любом заданном управлении $v(t)$ существует предел $\lim_{n\to\infty} J(X(t), v(t))$.

Для нахождения данного предела рассмотрим следующий процесс выпуска продукции. Пусть отрезок $[0, T]$ разбит на n равных подынтервалов точками $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_n = T$. Пусть процесс выпуска продукции $X_n(t)$, имеет вид:

$$X_n(t) = \begin{cases} K, & t \in [t_{i-1}, t_{i-1} + \xi] \\ 0, & t \in [t_{i-1} + \xi, t_i] \end{cases}; \quad i = 1,..,n, \tag{3.39}$$

где $0 < \xi < (t_i - t_{i-1})$ – наибольшая величина, такая, что $S(t_i)|_{X_n(t)} = 0$. Траектория процесса $X_n(t)$ приведена на рис. 3.8.

Данный объем выпуска полностью удовлетворяет конечный спрос C^0 и не образует излишков готовой продукции в конце интервала планирования. Общий доход на этом режиме максимален и равен pC^0T.

Общие затраты на производство могут быть найдены из формулы (3.32):

$$D(T)|_{X_n(t)} = D_0 e^{rT} + \sum_{k=1}^{n} \int_{t_{k-1}}^{t_{k-1}+\xi} e^{r(T-t)}(K\sum_j a_j p_j(t) + Z(K))dt - \int_0^T e^{r(T-t)} v(t)dt =$$

$$= D_0 e^{rT} + e^{rT}(K\sum_j a_j p_j(t) + Z(K))\sum_{k=1}^{n} \int_{t_{k-1}}^{t_{k-1}+\xi} e^{-rt}dt - \int_0^T e^{r(T-t)} v(t)dt.$$

Рассмотрим слагаемое, зависящее от объема выпуска $X_n(t)$. При больших n, пользуясь теоремой о среднем, получаем:

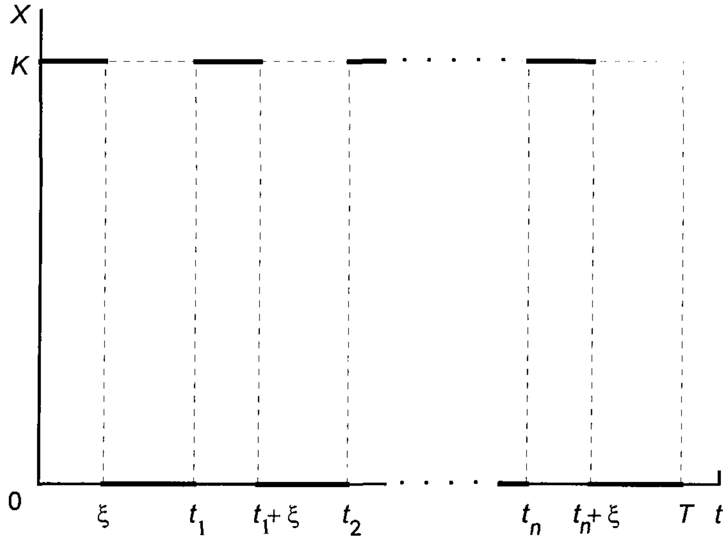


Рис. 3.8. Вид процесса $X_n(t)$.

$$R(X_n(t)) = e^{rT}(K\sum_j a_j p_j(t) + Z(K))\sum_{k=1}^{n}\int_{t_{k-1}}^{t_{k-1}+\xi} e^{-rt}dt =$$

$$= e^{rT}(K\sum_j a_j p_j(t) + Z(K))\sum_{k=1}^{n} e^{-rt_k}\xi. \tag{3.40}$$

Из условия $S(t_k) = 0$ имеем:

$$\int_{t_{k-1}}^{t_{k-1}+\xi} Ke^{\alpha(t-t_k)}dt - \int_{t_{k-1}}^{t_k} Ce^{\alpha(t-t_k)}dt = 0;$$

$$\xi = \frac{1}{\alpha}\ln(\frac{C}{K}(e^{\frac{\alpha T}{n}} - 1) + 1). \tag{3.41}$$

Тогда:

$$\lim_{n\to\infty} R(X_n(t)) = \frac{1}{\alpha}e^{rT}(K\sum_j a_j p_j(t) + Z(K))\lim_{n\to\infty}(\ln(\frac{C}{K}(e^{\frac{\alpha T}{n}} - 1) + 1)\sum_{k=1}^{n} e^{-rt_k}) =$$

$$= \frac{C}{r}\frac{(K\sum_j a_j p_j(t) + Z(K))}{K}(e^{rT} - 1). \tag{3.42}$$

Лемма 3.4. Для любого режима выпуска $X(t)$, такого, что $C(t) = C^0$, величина производственных затрат не меньше, чем (3.42).

Доказательство. Запишем величину $X(t)$ в виде:

$$X(t) = \beta(t)K,$$

где K – величина производственной мощности, $0 \le \beta(t) \le 1$ – процент использования производственной мощности. Тогда производственные затраты предприятия составят:

$$R(X(t)) = \int_0^T e^{r(T-t)}(X(t)\sum_j a_j p_j(t) + Z(X(t)))dt =$$

$$= \int_0^T e^{r(T-t)}(\beta(t)K\sum_j a_j p_j(t) + Z(\beta(t)K))dt \ge (K\sum_j a_j p_j(t) + Z(K))\int_0^T e^{r(T-t)}\beta(t)dt$$

в силу вогнутости функции издержек.

Минимум последнего интеграла при условии $C(t) = C^0$, достигается при $\beta(t) \equiv \frac{C^0}{K}$. Таким образом, получаем:

$$R(X(t)) \ge ((K\sum_j a_j p_j(t) + Z(K))\int_0^T e^{r(T-t)}\beta(t)dt \ge \frac{C^0}{K}(K\sum_j a_j p_j(t) + Z(K))\int_0^T e^{r(T-t)}dt =$$

$$= \frac{C}{r}\frac{(K\sum_j a_j p_j(t) + Z(K))}{K}(e^{rT} - 1). \bullet$$

Итак, для задачи управления предприятием с не вполне рентабельной технологией производства структура решения существенно зависит от уровня конечного спроса на продукцию C^0. При уровне спроса, достаточно большом для покрытия текущих производственных издержек ($C^0 \ge X^*$), оптимальный процесс удовлетворяет условиям §1 и имеет весьма простую структуру: наращивать выпуск до достижения уровня C^0. При более низком уровне спроса структура оптимального режима определяется следующей теоремой:

Т е о р е м а 3.4. *Если $Z(X)$ – вогнута, $Z(0) = 0$ и $\forall X < X^*$ $Z(X) < 0$, то при уровне спроса $C^0 < X^*$ существует скользящий режим выпуска продукции, минимизирующий издержки производства и целиком покрывающий конечный спрос C^0. Минимизирующей последовательностью для данного режима является найденная выше последовательность управлений $\{X_n(t)\}$, определяемых условием (3.39).*

Доказательство теоремы следует из результатов леммы 3.3 и 3.4.

Данный результат подтверждается исследованием данной задачи с использованием принципа максимума.

Действительно, функция Гамильтона для задачи I записывается в виде:

$$H(t, X, v, \psi) = \psi_1(pC(t) - v(t) - Z(X)) + \psi_2(rD(t) + X(t)\sum_j a_j p_j -$$

$$- v(t)) + \psi_3(X(t) - C(t) - \alpha S(t)) \to \max_{X,v}. \qquad (3.43)$$

Функция H является монотонной по управлениям $X(t)$ и $v(t)$. Классическим приемом решения задач такого рода является исследование функций переключения $\frac{\partial H}{\partial X}$ и $\frac{\partial H}{\partial v}$ [8]. Однако, в связи с наличием в данной задаче фазовых ограничений, функции переключения имеют сложную структуру, поэтому они исследовалась численно.

Для учета фазовых ограничений задачи введем функцию штрафа [69]:

$$G(t, X, v, \psi) = H(t, X, v, \psi) - \frac{c}{2}(N(t)^2 h(N(t)) + S(t)^2 h(S(t)) + D(t)^2 h(D(t))) \to \max_{u \in U},$$

где $c >> 0$ – некоторая константа;

$h(y)$ – модифицированная ступенчатая функция Хевисайда:

$$h(y) = \begin{cases} 1, & y < 0 \\ 0, & y \geq 0 \end{cases}.$$

Так как функция штрафа не зависит от управлений, максимум G на множестве управлений $(X(t), v(t))$ будет совпадать с максимумом H.

В силу линейности H по управлению $v(t)$ максимум по этой переменной достигается на границах множества допустимых значений.

Рассмотрим слагаемые, зависящие от переменной X:

$$H^1(t, X, \psi) = -\psi_1 Z(X) + X(t)(\psi_2 \sum_j a_j p_j + \psi_3) \to \max_X. \qquad (3.44)$$

Так как оба слагаемых монотонны по управлению $X(t)$, то условия максимума функции H запишутся следующим образом:

$$X^* = \begin{cases} K, & \psi_1 < 0; \psi_2 \sum_j a_j p_j + \psi_3 > 0 \\ X^1, & \psi_1 < 0; \psi_2 \sum_j a_j p_j + \psi_3 < 0 \\ 0 \text{ либо } K, & \psi_1 > 0; \psi_2 \sum_j a_j p_j + \psi_3 > 0 \\ 0 & \psi_1 > 0; \psi_2 \sum_j a_j p_j + \psi_3 < 0 \end{cases}; \qquad (3.45)$$

где X^1 – внутренняя точка отрезка $[0, K]$ определяемая из условий максимума функции H^1.

Для определения конкретного вида оптимального управления исследуем сопряженную систему для задачи I:

$$\dot{\psi}_1 = -\frac{\partial G}{\partial N} = cN(t)h(N(t)); \qquad \psi_1(T) = \frac{\partial \Phi}{\partial N(T)} = 1;$$

$$\dot{\psi}_2 = -\frac{\partial G}{\partial D} = -\psi_2 r + cD(t)h(D(t)); \qquad \psi_2(T) = \frac{\partial \Phi}{\partial D(T)} = -1;$$

$$\dot{\psi}_3 = -\frac{\partial G}{\partial S} = cS(t)h(S(t)); \qquad \psi_3(T) = \frac{\partial \Phi}{\partial S(T)} = 0.$$

Видно, что $\dot{\psi}_1 \leq 0$, поэтому из краевого условия следует, что $\psi_1(t) > 0$ $\forall t \in [0, T]$. Тогда из (3.45) получаем, что максимум функции H^1 также будет достигаться на границах множества значений X.

Функции переключения в данном случае имеют сложную структуру, что обусловлено наличием в задаче фазовых ограничений, поэтому они отыскивались численно.

На приведенных графиках рис. 3.9, 3.10 изображены оптимальные управления выпуском продукции, полученные численно при различном количестве точек разбиения отрезка $[0, T]$.

§3.4 Влияние инфляции цен на оптимальный режим функционирования предприятия

Одним из наиболее важных факторов, способствующих возникновению неплатежей предприятий, является инфляция цен [73]. Причинами этого являются, с одной стороны, желание приобрести как можно большее количество сырья по более низким ценами в условиях инфляционных

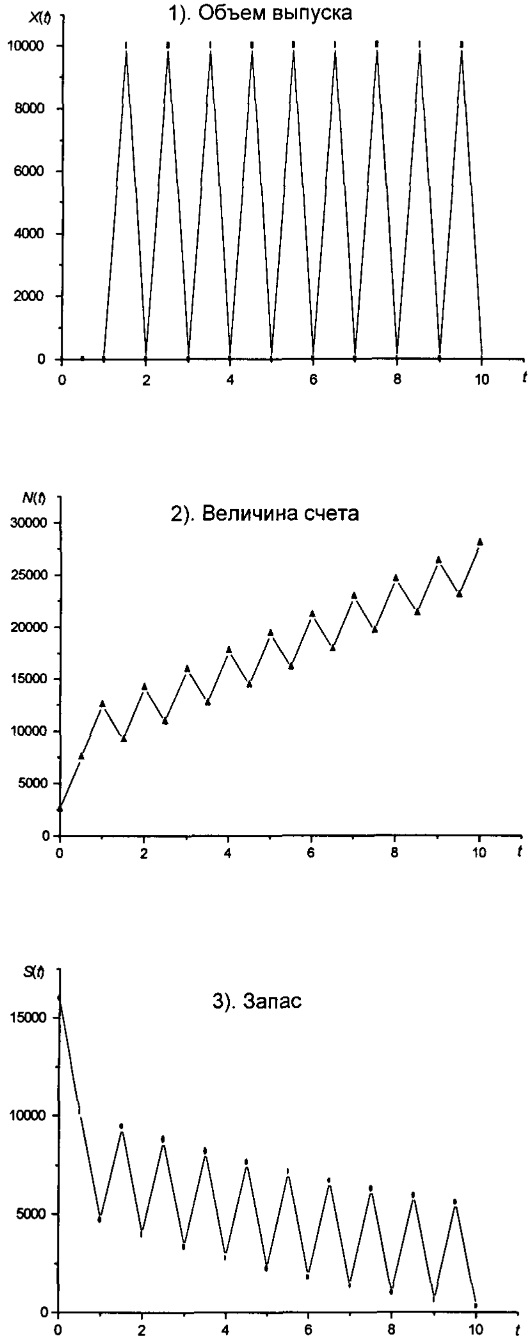


Рис. 3.9. оптимальный режим выпуска, $n = 20$.

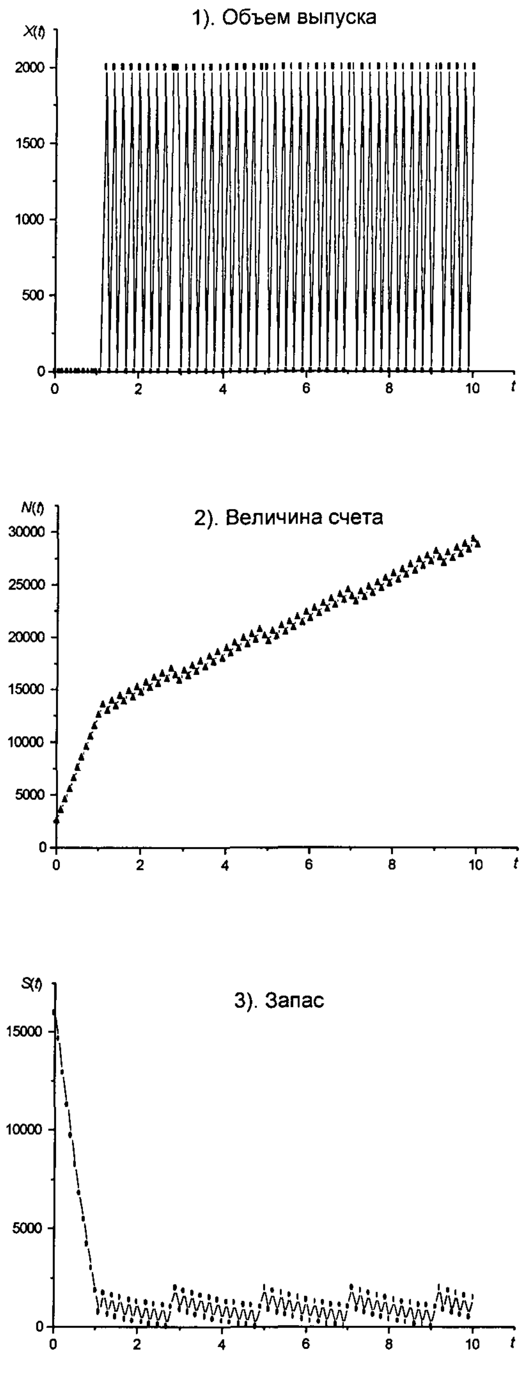


Рис. 3.10. Оптимальный режим выпуска, $n = 100$.

ожиданий даже при недостатке оборотных средств, а с другой – обесценивание задолженности предприятия при повышении уровня цен, дающее возможность даже с учетом штрафов выплачивать меньше реальной цены продукции.

В исходной постановке задачи предполагалось, что цены на продукцию предприятий постоянны, то есть инфляция цен отсутствует (гипотеза 3). Этим отчасти объясняется структура оптимального режима выплат $v^*(t)$ (3.20), при котором задолженность погашается немедленно и в полном объеме в условиях рентабельной технологии. Данный случай соответствует "классической" рыночной системе с низкой инфляцией, когда рост задолженности возможен только за счет технологической неэффективности предприятия (нерентабельности технологии производства).

Однако, в условиях высоких темпов инфляции невыплата долга является оптимальной стратегией не только для технологически неэффективного предприятия. Изучим это явление при помощи рассматриваемой модели функционирования предприятия. Предположим, что на средства, находящиеся на счете предприятия $N(t)$, начисляются проценты по норме σ, а цены на все виды продукции $p_i(t)$ и издержки производства $Z(t, X)$ растут с течением времени с темпом δ:

$$p_i(t) = p_i^0 e^{\delta t}; \qquad Z(t, X) = z(X) e^{\delta t},$$

Тогда уравнения (3.3) и (3.4) запишутся в виде:

$$\dot{N}(t) = \sigma N(t) + p(t) e^{\delta t} C(t) - v(t) - z(X) e^{\delta t}; \tag{3.46}$$

$$\dot{D}(t) = rD(t) + X(t) \sum_j a_j p_j^0 e^{\delta t} - v(t). \tag{3.47}$$

Рассмотрим приведенные величины счета и задолженности:

$$N_1(t) = N(t) e^{-\delta t}, \quad D_1(t) = D(t) e^{-\delta t}.$$

Из (3.46), (3.47) могут быть найдены уравнения их динамики:

$$\dot{N}_1(t) = (\sigma - \delta) N_1(t) + p(t) C(t) - v_1(t) - z(X);$$

$$\dot{D}_1(t) = (r-\delta)D_1(t) + X(t)\sum_j a_j p_j^0 - v_1(t),$$

где $v_1(t) = v(t)\ e^{-\delta t}$ – приведенная величина выплат задолженности.

Нетрудно видеть, что запись функционала предприятия $J(X(\cdot),\ v(\cdot))$ в приведенных показателях будет совпадать с записью в абсолютных значениях $N(t)$ и $D(t)$ с точностью до некоторого положительного и не зависящего от управлений множителя. Тогда, интегрируя данные уравнения и подставляя найденные $N_1(T)$ и $D_1(T)$ в критериальный функционал, получим:

$$J_1(X(\cdot),\ v(\cdot)) = \int_0^T (pC(t) - v_1(t) - z(X(t)))e^{(\sigma-\delta)(T-t)}dt\ -$$

$$-\int_0^T (X(t)\sum_j a_j p_j(t) - v_1(t))e^{(r-\delta)(T-t)}dt \to \max_{\{X(t),v(t)\}};$$

Как и в предыдущем случае (§3.4), критериальный функционал может быть разбит на два слагаемых, зависящих, соответственно, только от финансовой стратегии $v(t)$ и производственной $X(t)$.

$$J_v = \int_0^T v_1(t)(e^{(r-\sigma)(T-t)} - 1)e^{-\delta(T-t)}dt = e^{-\delta T}\int_0^T v(t)(e^{(r-\sigma)(T-t)} - 1)dt \to \max_{v(t)} \quad (3.48)$$

$$J_X = \int_0^T (pC(t) - X(t)\sum_j a_j p_j(t)e^{(r-\sigma)(T-t)} - z(X(t)))e^{(\sigma-\delta)(T-t)}dt \to \max_{X(t)} \quad (3.49)$$

Из выражений для J_v и J_X видно, что темп инфляции δ не оказывает воздействия на стратегию выплат задолженности, если счет и задолженность обесцениваются синхронно. В этом случае основными определяющими факторами становятся норма процентов, начисляемых на счет предприятия σ и норма начисления штрафов r. Действительно, из вариационной задачи (3.48) получим, что максимум J_v достигается на режиме:

$$v^*(t) = \begin{cases} v_{\max}, & r-\sigma \geq 0 \\ 0, & r-\sigma < 0 \end{cases}. \quad (3.50)$$

Таким образом, задолженность выплачивается предприятием только в случае, когда норма штрафов превышает норму процентов по счету.

Оптимальная производственная политика предприятия определяется из решения задачи оптимизации (3.49). Сложность в ее решении состоит в том, что объем продаж $C(t)$ представляет собой функцию от выпуска и запаса готовой продукции:

$$C(t)=\begin{cases} C^0, & S(t)>0 \\ \min\{X(t),C^0\}, & S(t)=0 \end{cases} \tag{3.51}$$

Из подынтегрального выражения видно, что при наличии инфляции подынтегральная функция возрастает с течением времени. Поэтому, учитывая ограничение (3.51), получим, что при малых α предприятию выгодно в начале отрезка планирования производить большее количество продукции, нежели может быть немедленно реализовано, создавая запас $S(t)$, а затем реализовывать накопленный запас. Таким образом, инфляция цен приводит к накоплению предприятиями запасов готовой продукции.

Теперь рассмотрим более общий случай, когда темпы роста счета и задолженности являются произвольными функциями времени $\sigma(t)$ и $r(t)$, учитывающими темп инфляции δ. Изучим их влияние на стратегию выплат задолженности предприятием.

Аналогично (3.48) может быть получено следующее выражение для J_v:

$$J_v=\int_0^T v(t)\left(e^{\int_t^T r(s)-\sigma(s)ds}-1\right)dt \to \max_{v(t)}. \tag{3.52}$$

J_v является линейным функционалом по $v(t)$, поэтому оптимальный режим выплат будет определяться знаком коэффициента $\left(e^{\int_t^T r(s)-\sigma(s)ds}-1\right)$. Логарифмируя данное выражение, можно получить следующие условия оптимальности, аналогичные (3.50):

$$v^*(t)=\begin{cases} v_{\max}, & \int\limits_t^T r(s)-\sigma(s)ds \geq 0 \\ 0, & \int\limits_t^T r(s)-\sigma(s)ds < 0 \end{cases}. \qquad (3.53)$$

Таким образом, видно, что выплаты задолженности в общем случае определяются будущими темпами прироста счета и задолженности. Как правило, будущие значения величин $\sigma(t)$ и $r(t)$ неизвестны предприятию, и планирование выплат может осуществляться только на основе прогнозов. В этом случае в (3.53) $\sigma(t)$ и $r(t)$ будут представлять собой, соответственно, ожидаемые темпы роста счета и задолженности. Тогда, например, если предприятие размещает свои средства в достаточно надежных активах (например, вкладывает в недвижимость, инвестирует в зарубежные компании и т.д.), то $\sigma(t)$ будет достаточно большой и стабильной величиной. В то же время при больших инфляционных ожиданиях $r(t)$ может стать очень малой и даже отрицательной [65]. Тогда из (3.53) видно, что оптимальной стратегией предприятия в этом случае будет являться перекачивание средств в активы, имеющие более высокую доходность, нежели прирост обязательств перед поставщиками с учетом инфляции, что вызывает задержку выплат и возникновение просроченной задолженности.

§3.5 Отношение к выплате задолженности и оптимальный режим функционирования предприятия

В заключение аналитического исследования модели исследуем вопрос влияния на оптимальный режим функционирования предприятия отдельных психологических качеств руководителей.

Вопросы, связанные с психологией руководства предприятием исследуются интенсивно развивающейся в настоящее время дисциплиной – организационным поведением. Различным психологическим аспектам руководства предприятием и их влиянием на его функционирование посвящена обширная литература, например, [52, 58, 74], однако применение математических методов и моделей для этих целей в настоящее время находится на начальной стадии.

Выше исследовалось влияние инфляции на стратегии выплат задолженности предприятием. Однако в практической деятельности администрация предприятий даже в отсутствие явного прогнозирования может придерживаться различных стратегий выплат в зависимости от таких факторов, как отношение к риску и инфляционные ожидания, определяемых помимо экономической среды также и психологическими характеристиками руководителя. Исследуем при помощи данной модели влияние отношения администрации предприятия к выплате долгов на режим его функционирования. Везде ранее нами использовалась гипотеза 4, предполагающая, что две несовпадающие цели – максимизация прибыли и минимизация задолженности – являются равно важными для администрации предприятия и поэтому допускают агрегирование в критерий J, используемый в задаче I.

В реальности данное условие, как правило, не выполняется: отношение к минимизации собственной задолженности существенно отличается от отношения к максимизации прибыли, и случаи одинакового учета данных целей являются довольно редкими.

Будем далее предполагать, что отношение к максимизации величины $N(T)$ и к минимизации $D(T)$ различно, и учитывать это при помощи весовых коэффициентов $0 \le \gamma \le 1$ для данных частных критериев в используемой свертке:

$$J_\gamma(X(t), v(t)) = \gamma N(T) - (1-\gamma)D(T) \to \max. \qquad (3.54)$$

Будем называть администрацию предприятия *склонной к выплатам*, если $\gamma \le 0.5$ и *несклонной к выплатам* в противном случае.

Нас будет интересовать влияние неодинакового ранжирования целей на вид оптимальных стратегий управления предприятием. Мы также рассмотрим задачу определения величины штрафных санкций r, накладываемых на предприятие, необходимой для обеспечения полной выплаты задолженности (естественно, при наличии у предприятия возможности для этого) при различных типах отношения администрации к данным целям.

Если выразить из дифференциальных связей величины $N(T)$ и $D(T)$, то условие максимизации критерия $J_\gamma(X(t), \nu(t))$ запишется как:

$$\gamma \int_0^T (pC(t) - \nu(t) - Z(X(t)))dt - (1-\gamma)(D_0 e^{\rho T} + \int_0^T (X(t)\sum_j a_j p_j(t) - \nu(t))e^{\rho(T-t)}dt) \to \max_{\{X(t),\nu(t)\}};$$

Выделим слагаемые, зависящие от величин $X(t)$ и $\nu(t)$, соответственно. Тогда для того, чтобы $J_\gamma(X(t), \nu(t))$ достигал максимума, необходимо выполнение условий:

$$\int_0^T (\gamma(pC(t) - Z(X(t))) - (1-\gamma)X(t)\sum_j a_j p_j(t)e^{\rho(T-t)})dt \to \max_{\{X(t)\}}; \qquad (3.55)$$

$$\int_0^T \nu(t)(\gamma - (1-\gamma)e^{\rho(T-t)})dt \to \min_{\{\nu(t)\}}. \qquad (3.56)$$

Сокращая (3.55) на γ, приходим к условию:

$$\int_0^T ((pC(t) - Z(X(t))) - X(t)\sum_j a_j (p_j(t)\frac{1-\gamma}{\gamma})e^{\rho(T-t)})dt \to \max_{\{X(t)\}}. \qquad (3.57)$$

Таким образом, при различной важности накопления и выплаты долга оптимальной стратегией выпуска продукции предприятием $X^*(t)$ будет являться стратегия, оптимальная для предприятия при одинаковых весах данных целей, но при уровне цен на сырье и материалы в $\frac{1-\gamma}{\gamma}$ раз выше. То есть, при большей относительной важности накопления предприятие действует таким образом, как будто все ресурсы дешевле, чем на самом деле, а при большей важности выплаты долга – как при более дорогих ресурсах.

Функционал в условии оптимальности (3.56) линеен по $\nu(t)$, следовательно минимума он будет достигать на границах множества управлений:

$$v^*(t)=\begin{cases} v_{\max}, & \gamma-(1-\gamma)e^{\rho(T-t)}<0 \\ 0, & \gamma-(1-\gamma)e^{\rho(T-t)}\geq 0 \end{cases}. \quad (3.58)$$

Таким образом, в данном случае предприятие не всегда стремится выплачивать долг в максимальном объеме. В зависимости от величины штрафных санкций r и длины интервала планирования T, стратегии $v^*(t)$ могут быть различны. Видно, что функция, стоящая в условии, является возрастающей по t, поэтому процесс выплат будет иметь вид:

$$v^*(t)=\begin{cases} v_{\max}, & t\in[0,t_0] \\ 0, & t\in[t_0,T] \end{cases}, \quad (3.59)$$

где t_0 – такое, что $\gamma-(1-\gamma)e^{\rho(T-t_0)}=0$.

Из (3.59) могут быть сформулированы следующие условия на величину штрафных санкций и интервала планирования, обеспечивающих применение различных стратегий выплат задолженности исследуемым предприятием:

1. Для обеспечения применения предприятием стратегии полных выплат задолженности на всем интервале планирования достаточно положить $t_0 \geq T$. Нетрудно видеть, что это условие всегда выполняется для склонной к выплатам администрации. Таким образом, во всех случаях когда выплата долга для администрации является более важной, либо равноценной с накоплением, независимо от соотношения их весов, оптимальной будет одна и та же стратегия $v^*(t)$, предусматривающая полные выплаты на всем интервале планирования $[0, T]$; причем выбор данной стратегии не будет зависеть от величин ρ и T.

2. Рассмотрим ситуацию, когда предприятие придерживается стратегии полной невыплаты задолженности. Этот случай получается, если в (3.59) $t_0 \leq 0$. Тогда величины γ и ρ будут связаны следующим соотношением:

$$\gamma \geq \frac{e^{\rho T}}{1+e^{\rho T}}. \quad (3.60)$$

$\Gamma(\rho, T)$

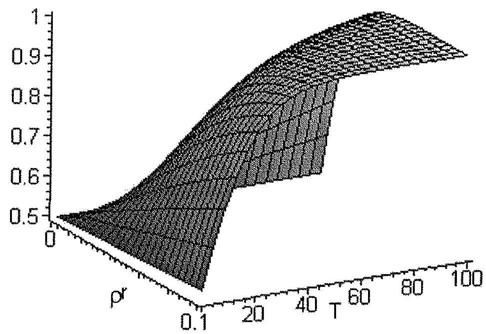


Рис. 3.11. $\Gamma(\rho, T) = \dfrac{e^{\rho T}}{1 + e^{\rho T}}$

Поверхность $\Gamma(\rho, T) = \dfrac{e^{\rho T}}{1 + e^{\rho T}}$ приведена на рис. 3.11. При всех величинах весового коэффициента γ, лежащих не ниже этой поверхности для заданных ρ и T, предприятие предпочтет накапливать задолженность.

Для любых ρ, $T \geq 0$ величина $\Gamma(\rho, T) \geq 0{,}5$; значения γ, лежащие между этими границами будут образовывать множество параметров системы, при которых оптимальной стратегией является частичное погашение задолженности.

Таким образом, видно, что при наличии неодинакового ранжирования целей администрацией предприятия, будет также изменяться и оптимальный режим функционирования. В частности, оптимальный объем выпуска $X^*(t)$ будет определяться, исходя из завышенных либо заниженных цен ресурсов, а величина выплат по текущей задолженности $v^*(t)$ в общем случае не будет удовлетворять условию оптимальности (3.36).

§3.6 Численный алгоритм решения общей задачи управления предприятием.

Вернемся к исследованию базовой задачи управления предприятием в условиях неплатежей, сформулированной в §3.1.

В ней мы предполагаем, что производственная мощность предприятия $K(t)$ не фиксирована, а является одной из фазовых координат рассматриваемой системы. При этом ограничение на выпуск продукции становится смешанным: в него входит как управление, так и фазовая координата. Для упрощения задачи введем новый параметр управления $\beta(t)$ – долю используемой при производстве мощности. Тогда управление $X(t)$ может быть записано в виде:

$$X(t) = \beta(t)K(t), \tag{3.61}$$

а ограничение на объем выпуска превратится в неравенство $0 \le \beta(t) \le 1$.

Рассмотрим условия принципа максимума для данной задачи.

Функция Гамильтона будет иметь следующий вид:

$$H(t, x, u, \psi) = \psi_1(pC(t) - Z(\beta(t)K(t)) - v(t) - I(t)) + \psi_2(rD(t) + \beta(t)K(t)\sum_j a_j p_j -$$

$$- v(t)) + \psi_3(I(t) - \mu K(t)) + \psi_4(\beta(t)K(t) - C(t) - \alpha S(t)) \to \max_{u \in \mathbf{U}},$$

где $x = (N(t), D(t), K(t), S(t))$, $u = (\beta(t), v(t), I(t))$;

$\mathbf{U} = \{0 \le \beta(t) \le 1;\ 0 \le I(t) \le I_{\max};\ 0 \le v(t) \le v_{\max}\ \forall t \in [0, T]\}$.

Учтем фазовые ограничения задачи, введя квадратичную штрафную функцию [69]:

$$G(t, x, u, \psi) = H(t, x, u, \psi) - \frac{c}{2}(N(t)^2 h(N(t)) + S(t)^2 h(S(t)) + D(t)^2 h(D(t))) \to \max_{u \in \mathbf{U}},$$

где $c >> 0$ – некоторая константа;

$h(y)$ – модифицированная ступенчатая функция Хевисайда:

$$h(y) = \begin{cases} 1, & y < 0 \\ 0, & y \ge 0 \end{cases}.$$

Тогда при $c \to \infty$ оптимальное значение u^* в задаче безусловной максимизации $G(t, x, u, \psi)$ стремится к оптимальному значению в задаче максимизации $H(t, x, u, \psi)$ при наличии фазовых ограничений.

Сопряженная система для модифицированной задачи запишется в виде:

$$\dot{\psi}_1 = -\frac{\partial G}{\partial N} = cN(t)h(N(t));$$

$$\dot{\psi}_2 = -\frac{\partial G}{\partial D} = -\psi_2 r + cD(t)h(D(t));$$

$$\dot{\psi}_3 = -\frac{\partial G}{\partial K} = \psi_1 \frac{\partial Z}{\partial K} - \beta(t)(\psi_2 \sum_j a_j p_j + \psi_4) + \psi_3 \mu;$$

$$\dot{\psi}_4 = -\frac{\partial G}{\partial S} = \alpha \psi_4 + cS(t)h(S(t)).$$

Условия трансверсальности будут иметь вид:

$$\psi_1(T) = \frac{\partial \Phi}{\partial N(T)} = 1; \qquad \psi_2(T) = \frac{\partial \Phi}{\partial D(T)} = -1;$$

$$\psi_3(T) = \frac{\partial \Phi}{\partial K(T)} = 0; \qquad \psi_4(T) = \frac{\partial \Phi}{\partial S(T)} = 0.$$

Так как штрафная функция не зависит явно от u, вид оптимального управления для $H(t, x, u, \psi)$ и $G(t, x, u, \psi)$ будет одинаков.

В силу линейности $H(t, x, u, \psi)$ по u, нетрудно определить компоненты оптимального управления для данной задачи $u^*(t)$ как функции фазовых координат $x(t)$ и сопряженных функций $\psi(t)$:

$$\beta^*(t) = \begin{cases} 1, & \psi_4(t) + \psi_2(t) \sum a_j p_j > 0 \\ 0, & \psi_4(t) + \psi_2(t) \sum a_j p_j \le 0 \end{cases}; \tag{3.62}$$

$$v^*(t) = \begin{cases} v_{\max}, & N(t) > 0, D(t) > 0, \psi_1(t) < -\psi_2(t) \\ 0 & N(t) = 0, \text{ либо } D(t) = 0, \text{ либо } \psi_1(t) > -\psi_2(t) \end{cases}; \tag{3.63}$$

$$I^*(t) = \begin{cases} I_{\max}, & N(t) > 0, \psi_3(t) > \psi_1(t) \\ 0, & N(t) = 0, \text{ либо } \psi_3(t) < \psi_1(t) \end{cases}. \tag{3.64}$$

Однако дальнейшее аналитическое решение основной и сопряженной систем при таком виде оптимального управления представляется затруднительным в связи с тем, что их правые части будут представлять собой разрывные функции, имеющие сложную структуру.

Поэтому дальнейшее решение данной задачи проводилось численно, с использованием модифицированного вычислительного метода последовательного улучшения по управлению [60].

В данном методе рассматривается следующая вспомогательная задача:

$$J = \|x_0 - x(0)\| \to \min_{x_T};$$

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)); \quad x(T) = x_T;$$

$$\dot{\psi}(t) = -\frac{\partial G}{\partial x}(t, x(t), u(t), \psi(t)); \quad \psi(T) = -\frac{\partial \Phi}{\partial x(T)};$$

$$u(t) = \arg\max_{u \in U} G(t, x(t), u(t), \psi(t)).$$

Очевидно, ее решение ($x^*(t)$, $u^*(t)$, $\psi^*(t)$), будет одновременно являться оптимальным решением исходной задачи с начальными условиями x_0.

Для решения данной задачи предлагается следующий вычислительный алгоритм:

1. Задаются начальные приближения вектора управления $u^0(t)$ и фазовых координат системы на конечный момент времени $x^0(T)$.
2. При заданном управлении $u^i(t)$ разрешаются основная и сопряженная системы дифференциальных уравнений и отыскиваются вектора фазовых координат $x^i(t)$ и сопряженных функций $\psi^j(t)$.
3. При заданных $x^i(t)$ и $\psi^j(t)$ определяется в каждый момент времени $t \in [0, T]$ управление $u^{i+1}(t)$, на котором достигается максимум функции $H(t, x^i(t), u^{i+1}(t), \psi^j(t))$.
4. Если $\|u^i(t) - u^{i-1}(t)\| > \varepsilon$ происходит переход шагу 2, иначе – к шагу 5.

5. Определяется направление убывания функционала $J(x^k(T))$ в пространстве конечных условий фазовых координат, формируется новое приближение $x^{k+1}(T)$ и происходит переход к следующей итерации. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность ε_1 для значений фазовых координат при $t = 0$.

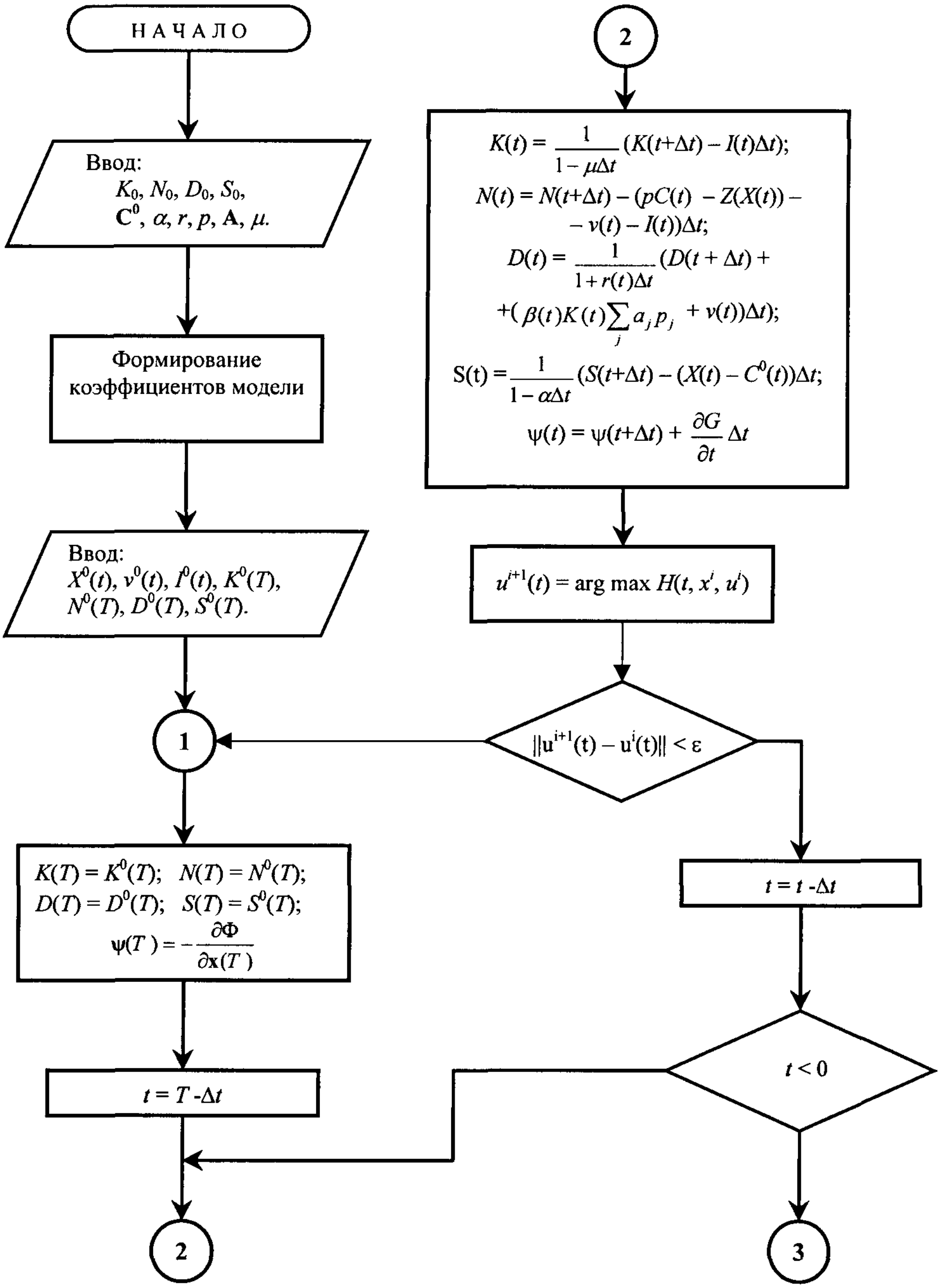


Рис. 3.12. Блок-схема алгоритма определения оптимальной стратегии.

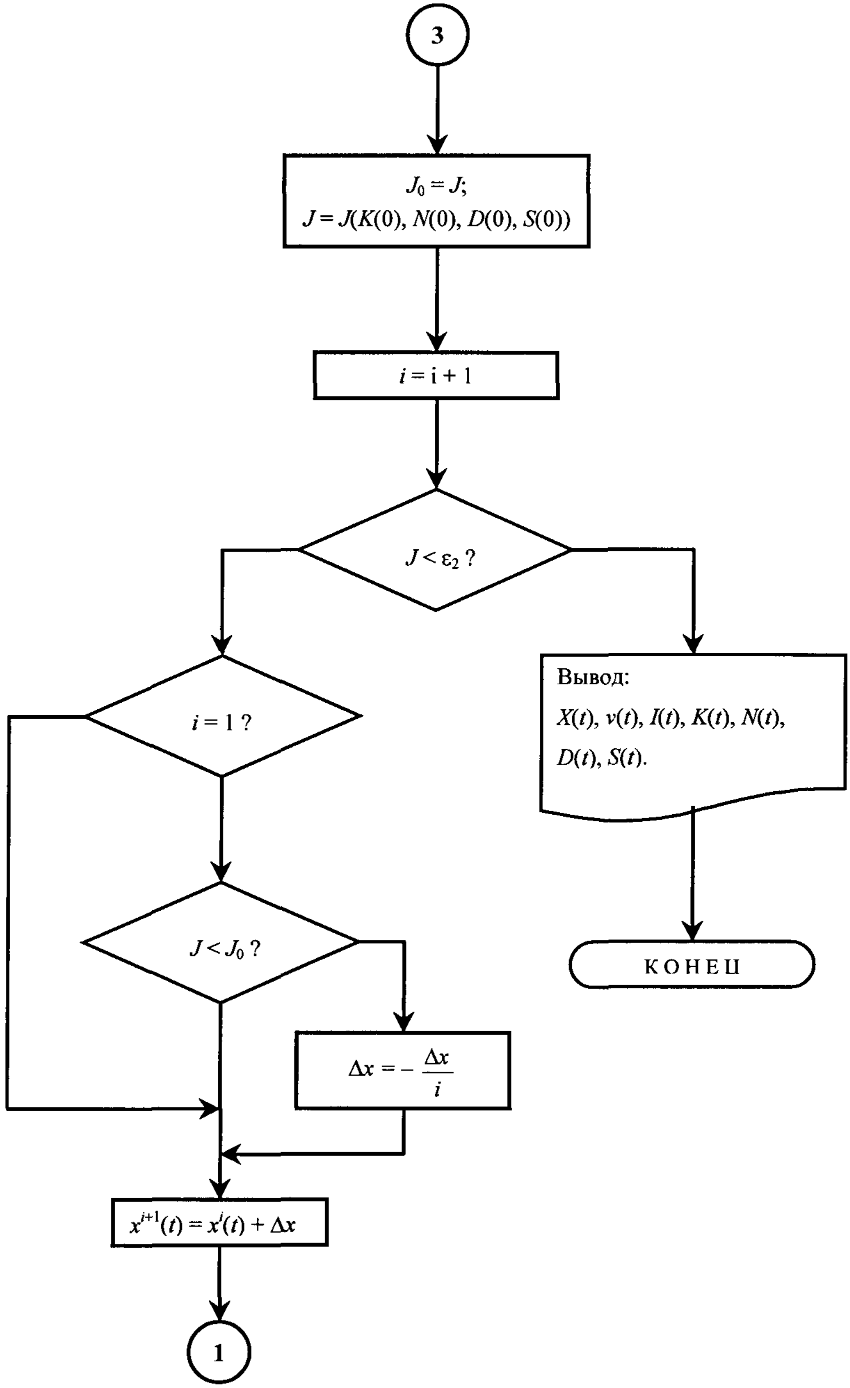


Рис. 3.12. Продолжение.

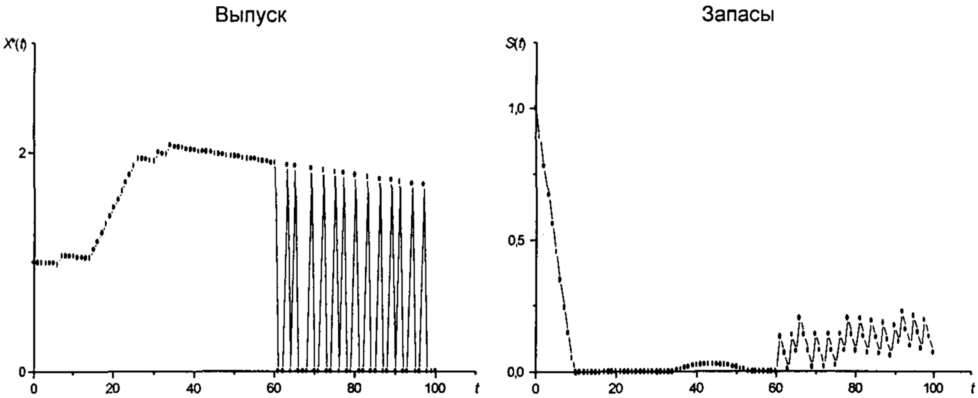


Рис. 3.13. Стационарный и скользящий режимы выпуска.

6. Производится вывод полученных величин $x^k(t)$, $u^k(t)$ и алгоритм заканчивает работу.

Блок-схема алгоритма приведена на рис. 3.12.

§3.7 Анализ результатов вычислительных экспериментов

В зависимости от вида функции $C^0(t)$ в выделяется два режима функционирования предприятия (рис. 3.13):

- стационарный, при котором $X^*(t) = \min\{K(t), C^0(t)\}$;
- скользящий, при котором $X^*(t)$ представляется, в зависимости от степени дискретизации, одним из процессов $X_n(t)$ (3.39).

Следует заметить, что при достаточно большом шаге сетки во втором случае могут быть получены также оптимальные процессы $X^*(t) = 0$. Это можно объяснить тем, что при длительном интервале принятия решений в процессе производства (при $X^*(t) = K(t)$) накапливаются большие запасы готовой продукции $S(t)$ и потери в результате их выбытия могут превысить доход от продаж при малом уровне $C^0(t)$.

Объем инвестиций в основные фонды $I^*(t)$ также существенно зависит от вида функции $C^0(t)$ (рис. 3.14). При $C^0(t) < K(t)$ практически на всем интервале времени $I^*(t) = 0$. Однако, непосредственно перед повышением

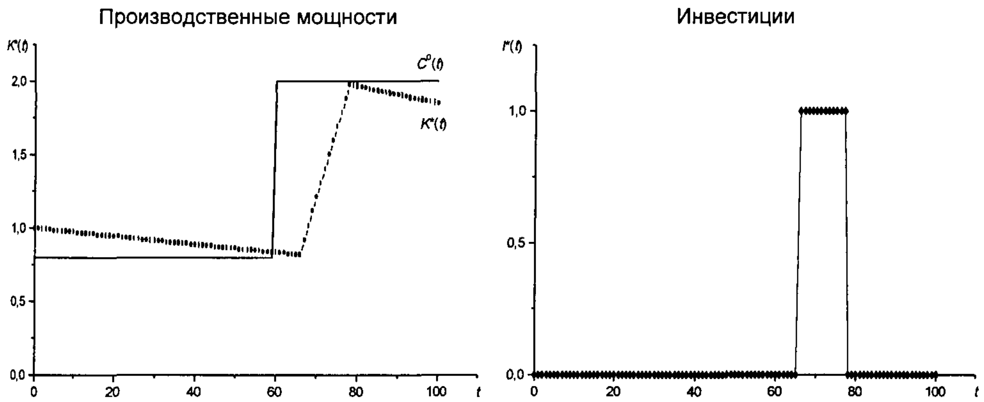


Рис. 3.14. Объемы инвестиций при различном соотношении $K(t)$ и $C^0(t)$.

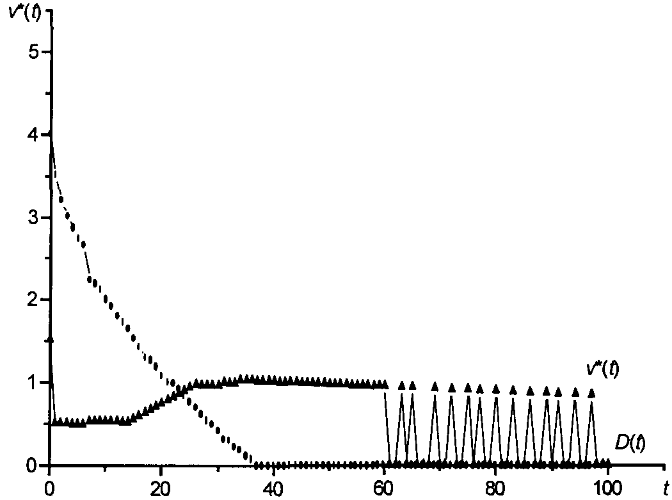


Рис. 3.15. Погашение задолженности для стационарного и скользящего режимов выпуска.

уровня спроса и при $C^0(t) < K(t)$ $I^*(t) = I_{\max}$, то есть при превышении спроса над производственной мощностью средства вкладываются в расширение производства, а в остальных случаях расходуются на иные нужды.

Вид функции выплат $v^*(t)$ при различных условиях согласуется с полученными ранее оптимальными управлениями (3.20), (3.53), (3.59). Примеры функций $v^*(t)$ для различных режимов выпуска продукции на рис. 3.15.

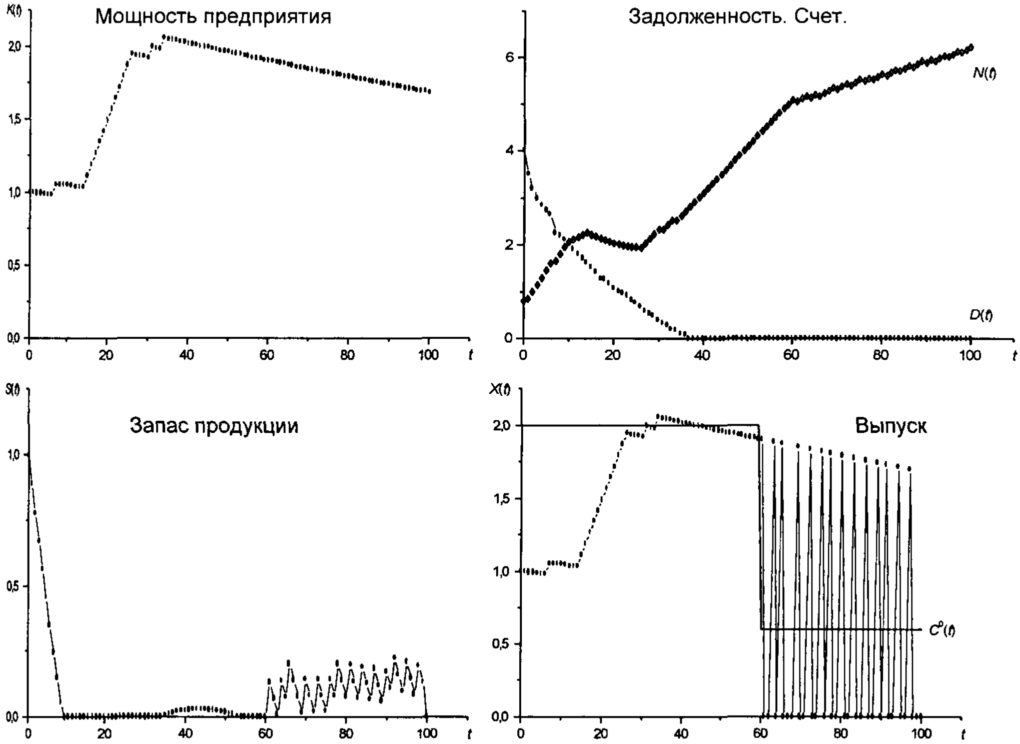


Рис. 3.16. Параметры предприятия на оптимальном режиме.

Траектории рассматриваемой динамической системы при оптимальном управлении приведены на рис. 3.16.

В стационарной внешней среде, при постоянном уровне спроса C^0, в начале периода прогнозирования наблюдается интенсивное развитие предприятия, рост основных фондов $K(t)$, а также значительное снижение величин $N(t)$ и $D(t)$. Во второй части интервала времени имеет место обратная картина: большая часть средств расходуются на выплату долгов и накопление, а выпуск продукции обеспечивается имеющимися основными фондами, объем которых постепенно уменьшается за счет износа. Причиной этого явления является то, что оптимизация производится на конечном отрезке времени, без учета будущего функционирования предприятия.

Как правило, на реальных промышленных предприятиях основные производственные фонды являются неэластичным активом и снижение их

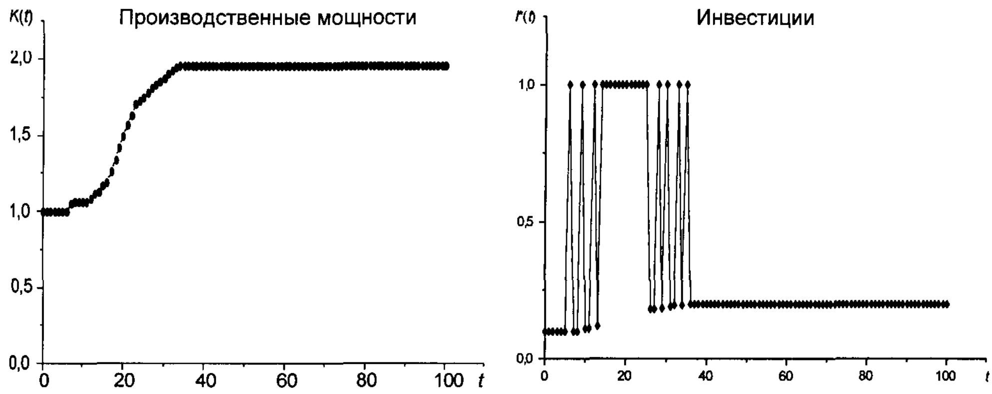


Рис. 3.17. Мощности предприятия и инвестиции для модифиицированной задачи.

объема представляется крайне нежелательным. Учет данного факта в модели можно осуществить путем введения ограничений на объем инвестиций $I(t)$. Представим $I(t)$ в форме

$$I(t) = I_1(t) + \mu K(t), \qquad I_1(t) \geq 0,$$

где $I_1(t)$ – отчисления на развитие мощностей предприятия;

$\mu K(t)$ – амортизационные отчисления.

В этом случае динамика мощности предприятия описывается соотношением

$$\dot{K}(t) = I_1(t),$$

откуда, в силу $I_1(t) \geq 0$, получаем $\dot{K}(t) \geq 0$.

Данное условие обеспечивает неубывание производственных мощностей предприятия при $N(t) > 0$.

Таким образом, разработанная модель позволяет производить расчет оптимальной с точки зрения накопления средств и погашения задолженности стратегии управления предприятием. Естественно, в рассматриваемой модели не учитываются многие действующие в реальной экономической системе факторы, поэтому ее результаты могут рассматриваться лишь для сравнительной оценки эффективности различных стратегий по управлению предприятием, что может помочь при определении оптимального способа действий по выводу предприятия из кризиса.

При помощи данной модели также может быть решена такая важная задача, как выявление областей изменения параметров системы, при которых возможен вывод предприятия из кризиса и успешное его развитие в будущем, что является необходимым для оценки перспектив различных инвестиционных проектов.

Выводы

1. Описанная в настоящей главе модель базируется на моделях предприятий в рыночных и переходных условиях [59, 60, 62, 77]. Основным отличием данной модели от имеющихся является рассмотрение величины кредиторской задолженности как отдельного актива, что позволяет разделить производственный и финансовый аспекты деятельности предприятия, и рассматривать процесс управления задолженностью в рамках общей задачи оптимизации финансового состояния предприятия.
2. Исследование данной модели позволяет выявить характер влияния ряда внутренних и внешних факторов, таких, как уровень спроса, инфляция цен, параметры функции издержек, а также отношение администрации к выплате задолженности, на рентабельность производства и режим функционирования предприятия.
3. Уровень спроса является одним из основных факторов, влияющих на рентабельность технологии крупного предприятия. Согласно теореме 3.1, множество уровней спроса, при которых технология предприятия рентабельна, ограничено снизу, поэтому при снижении спроса будут страдать прежде всего крупные предприятия, имеющие большие постоянные издержки.
4. Предприятия с рентабельной и нерентабельной технологией имеют качественно различные режимы функционирования (теоремы 3.3 и 3.4). Предприятие с рентабельной технологией ориентированно на

максимизацию прибыли, тогда как нерентабельное предприятие – на минимизацию издержек, что приводит к возникновению неплатежей.

5. Инфляция цен влияет на режим функционирования предприятия опосредованно, через величину разрыва в изменении задолженности и основного счета. Это связано с тем, что при синхронном повышении цен технология предприятия не теряет рентабельности, а более выгодным становится вложение средств не в обесценивающуюся задолженность, а в другие активы (3.53).
4. Важным фактором, способствующим возникновению неплатежей, является отношение администрации предприятия к выплате задолженности (§3.5). При определенном ранжировании целей предприятия, задаваемом условием (3.60), оптимальными являются режимы функционирования, на которых происходит накопление неплатежей.
5. Описанный в данной главе вычислительный метод решения общей задачи управления предприятием (§3.6) может использоваться при численном моделировании процесса функционирования предприятия в составе системы поддержки принятия решений для выработки стратегий оптимального управления его функционированием в условиях кризиса.
6. Для повышения точности прогнозирования в модели целесообразно учесть влияние экзогенных факторов, в частности, изменения цен на рынке, стратегии поведения контрагентов предприятия и государственную политику, что приводит к необходимости рассмотрения игровой модели взаимодействия предприятий промышленного комплекса.

ГЛАВА 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГООТРАСЛЕВОГО ПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА

Разрабатывается и исследуется общая модель функционирования многоотраслевого промышленного комплекса в условиях кризиса. Исследуются различные типы организационной структуры промышленного комплекса, характеризующиеся бескоалиционным и кооперативным взаимодействием предприятий, а также иерархическое взаимодействие промышленного комплекса с органом управления.

§4.1 Математическая модель взаимодействия предприятий

В реальных условиях на оптимальные стратегии функционирования предприятия существенное влияние оказывает внешняя среда. Контрагенты предприятия могут оказываться не в состоянии выплатить долги, либо сознательно придерживаться стратегии неплатежей; могут возникать задержки в расчетах по вине банковской системы; резкие изменения курсов валют могут приводить к несоответствию величины задолженности и реальной стоимости продукции. Эти явления вызывают снижение выручки предприятия от продаж продукции, что изменяет уровень рентабельности технологии и оптимальный режим функционирования.

Поэтому при принятии управленческих решений предприятия не должны рассматриваться изолировано от внешней среды, то есть возникает необходимость использования моделей промышленного комплекса.

Рассмотрим динамическую модель функционирования промышленного комплекса, базирующуюся на системе взаимосвязанных моделей функционирования предприятий (3.1) – (3.5), обобщенная постановка которой сформулирована в главе 1.

Согласно этой постановке, рассматриваемый промышленный комплекс представляет собой систему из n самостоятельно принимающих решения и взаимодействующих друг с другом предприятий.

Предположим, что каждое предприятие производит один тип продукции, используя в качестве сырья продукцию других предприятий в соответствии со своей технологией, описываемой параметрами (A_i, $Z_i(\cdot)$). Произведенная продукция реализуется на локальном рынке по цене производителя p_i.

Сырье для производства может быть приобретено предприятием как у производителей внутри системы, по ценам "локального" рынка p_i, так и вне ее, по "внешним" ценам θ_i. Обозначим через $\eta_{ij}(t)$ часть продукции j-го типа, закупаемую i-м предприятием внутри системы.

Будем предполагать, что при сделках между предприятиями, входящими в рассматриваемый промышленный комплекс, оплата за поставленную продукцию может быть произведена не сразу. При этом на просроченную задолженность предприятия $D_{ij}(t)$ начисляются штрафные санкции по норме r. При сделках с предприятиями вне комплекса производится немедленная и полная оплата приобретенной продукции.

В этих условиях каждое предприятие будет характеризоваться вектором задолженностей перед поставщиками внутренних товаров $\mathbf{D}_i(t) = \{D_{ij}(t); j = 1,.., n; j \neq i\}$, а вектор платежей за просроченную задолженность $\boldsymbol{v}_i(t) = \{v_{ij}(t); j = 1,.., n; j \neq i\}$ будет являться управлением.

Тогда уравнения модели функционирования предприятия (3.1) – (3.5), в которой учитывается взаимодействие с другими предприятиями промышленного комплекса, будут выглядеть следующим образом:

$$J_i(\beta_i(t), \eta_i(t), v_i(t)) = N_i(T) - \sum_j D_{ij}(T) \to \max; \qquad (4.1)$$

$$\dot{N}_i = p_i C_i^0 + \sum_{j \neq i} v_{ji}(t) - \sum_{j \neq i} v_{ij}(t) -$$

$$- \beta_i(t) K_i \sum_j a_{ij}(1 - \eta_{ij}(t))\theta_j - Z_i(\beta_i(t) K_i) - I_i(t); \quad N_i(0) = N_{0i}; \qquad (4.2)$$

$$\dot{D}_{ij} = r_{ij} D_{ij} + \beta_i K_i a_{ij} \eta_{ij} p_j - v_{ij}(t); \quad D_{ij}(0) = D_{0ij}; \quad \forall j \neq i; \qquad (4.3)$$

$$\dot{S}_i = \beta_i K_i - \sum_j a_{ji} \eta_{ji} \beta_j K_j - C_i^0 - \alpha_i S_i; \quad S_i(0) = S_{0i}, \qquad (4.4)$$

$$\dot{K}(t) = -\mu K(t) + \frac{I_i(t)}{\sum_j b_j p_j(t)}\text{ ; } K(0) = K_0; \tag{4.5}$$

$$N_i(t) \geq 0; \quad D_{ij}(t) \geq 0; \quad S_i(t) \geq 0;$$

$$0 \leq \beta_i(t) \leq 1; \quad 0 \leq \eta_{ij}(t) \leq 1; \quad 0 \leq v_{ij}(t) \leq v_{ij}^{\max},$$

где C_i^0 – величина внешнего спроса на продукцию i-го предприятия системы. При этом предполагается, что оплата закупок продукции, включаемых в C_i^0, производится немедленно и в полном объеме.

В отличие от модели функционирования предприятия, описанной в главе 3, здесь в явном виде учитываются материальные связи с другими предприятиями исследуемого промышленного комплекса и вне его в виде закупок сырья $\eta_{ij}(t)X_i(t)$, а также финансовые связи в виде неплатежей $D_{ij}(t)$ и выплат задолженности $v_{ij}(t)$.

Таким образом, задача планирования функционирования промышленного комплекса представляет собой многокритериальную задачу оптимального управления динамической системой с фазовыми координатами ($\mathbf{N}(t)$, $\mathbf{D}(t)$, $\mathbf{S}(t)$) и параметрами управления ($\beta(t)$, $\eta(t)$, $\boldsymbol{v}(t)$), описывающей функционирование промышленного комплекса.

Структурно рассматриваемая динамическая система представляет собой совокупность взаимодействующих элементов (предприятий), имеющих собственные критерии функционирования вида (4.1) и самостоятельно принимающих решения по выбору стратегий (рис. 1, гл. 1). Влияние элементов друг на друга определяется объемами закупок сырья $\eta_{ij}(t)$ и величинами выплат $v_{ij}(t)$.

В зависимости от конкретной формы взаимодействия предприятий друг с другом в процессе выработки стратегий функционирования (полная изолированность, наличие обмена информацией, совместное принятие решений, подчинение административному органу и т.д.), для решения данной задачи могут применяться различные принципы оптимальности стратегий предприятий: принцип оптимальности Нэша для некооперативного поведения, Парето-оптимальность при кооперативном принятии решений и оптимальность по Штакельбергу при иерархическом взаимодействии [15].

§4.2 Оптимальный режим функционирования промышленного комплекса в условиях некооперативного поведения предприятий

Изучим оптимальный режим функционирования отдельного предприятия, описываемого рассматриваемой моделью, в условиях некооперативного поведения. Проинтегрировав уравнения (4.2) и (4.3) и подставив результат в (4.1), получим:

$$J_i(\beta_i(t),\ \eta_i(t),\ v_i(t)) = N_i(T) - \sum_j D_{ij}(T) =$$

$$= \int_0^T p_i C_i^0 + \sum_{j\neq i}(v_{ji}(t) - v_{ij}(t)(1-e^{r_{ij}(T-t)})) - \beta_i(t)K_i(t)\sum_j a_{ij}((1-\eta_{ij}(t))\theta_j + \eta_{ij}(t)p_j e^{r_{ij}(T-t)}) -$$

$$- Z_i(\beta_i(t)K_i(t)) - I_i(t)\,dt \to \max. \qquad (4.6)$$

Видно, что функционал (4.6) представляет сумму слагаемых, зависящих от управлений $v_{ij}(t)$, $\beta_i(t)$ и $\eta_{ij}(t)$, а также $I_i(t)$. Второе и третье слагаемые в функционале имеют вид, аналогичный (3.33) и (3.34) соответственно, поэтому оптимальные управления $v_{ij}{}^*(t)$ и $\beta_i{}^*(t)$ могут быть найдены аналогично задаче, рассмотренной в главе 3.

Изучим оптимальный режим закупок предприятием сырья и материалов внутри промышленного комплекса $\eta_i{}^* = (\eta_{i1}, \eta_{i2}, \ldots, \eta_{in})$. В случае $N_i(t) = 0$ предприятие не может применять второй тип сделок, так как они требуют немедленной оплаты произведенной продукции, поэтому если $\beta_i(t) > 0$, то $\eta_{ij}{}^*(t) = 1$. В случае $N_i(t) > 0$ из теоремы 3.1 имеем $D_{ij}(t) = 0$, поэтому $v_{ij}{}^*(t) = a_{ij}\beta_i(t)K_i(t)\eta_{ij}(t)p_j$. Подставляя это выражение в (4.6), получим, что при $p_j = \theta_j$ значение функционала не зависит от $\eta_{ij}(t)$, поэтому величина $\eta_{ij}(t)$ может быть выбрана произвольным образом. При $p_j \neq \theta_j$ величина $\eta_{ij}(t)$ будет определять среднюю цену единицы j-го типа сырья, закупаемого i-м предприятием:

$$\overline{p}_{ij}(t) = (1-\eta_{ij}(t))\theta_j + \eta_{ij}(t)p_j.$$

Максимум (4.6) достигается при минимизации $\overline{p}_{ij}(t)$ в каждый момент времени, поэтому оптимальный режим закупок запишется в следующем виде:

$$\eta_{ij}^*(t) = \begin{cases} \eta_{ij}^{\max}(t), & p_j < \theta_j \\ \eta_{ij}^{\min}(t), & p_j > \theta_j \end{cases}. \tag{4.7}$$

Здесь величины $\eta_{ij}^{\max}(t)$ и $\eta_{ij}^{\min}(t)$ определяются из ограничений на запас готовой продукции j-го типа у поставщиков соответственно, внутри и вне промышленного комплекса. В предположении, что объем предложения данной продукции на внешнем рынке достаточно велик, можно положить $\eta_{ij}^{\min}(t) = 0$. В то же время, объем готовой продукции j-го типа, имеющейся внутри системы в момент времени t, будет определяться величиной запаса $S_j(t)$. При $S_j(t) > 0$, $\eta_{ij}^{\max}(t) = 1$ $\forall i = 1,\ldots, n$, то есть все предприятия имеют возможность закупать j-ю продукцию у производителя внутри системы. При $S_j(t) = 0$, скорость поступления готовой продукции определяется величиной $X_j(t) = \beta_j(t)K_j(t)$. Обозначим общий уровень спроса на продукцию j-го предприятия через $C_j(t)$:

$$C_j(t) = C_j^0 + \sum_{i \neq j} a_{ij} X_i(t), \tag{4.8}$$

Тогда при $X_j(t) \geq C_j(t)$ спрос будет удовлетворяться полностью, поэтому $\eta_{ij}^{\max}(t) = 1$. В случае $X_j(t) < C_j(t)$ возникает дефицит продукции j-го типа внутри промышленного комплекса. В этом случае объемы закупок будут определяться порядком поступления заявок и условиями сделок между предприятиями. Предположим, что любой порядок поступления заявок равновероятен и отсутствуют предпочтения производителя (условия сделок одинаковы). Тогда каждое предприятие-потребитель может рассчитывать на получение одинаковой части продукта

$$\eta_j^{m}(t) = \frac{X_j(t) - C_j^0}{\sum_i a_{ij} X_i(t)}, \qquad \forall i = 1,\ldots, n.$$

В этом случае максимальный объем закупок j-го вида продукции i-м предприятием на внутреннем рынке составит

$$\eta_{ij}^{\max}(t) = \begin{cases} 1, & S_j(t) > 0 \\ \min\{1, \eta_j^{m}(t)\}, & S_j(t) = 0 \end{cases}. \tag{4.9}$$

Таким образом, имеет место следующая теорема об оптимальном режиме функционирования предприятий промышленного комплекса.

Теорема 4.1. *Оптимальный объем закупок j-го сырья i-м предприятием промышленного комплекса в условиях некооперативного взаимодействия* $\eta_{ij}^*(t)$ *определяется из условия (4.7), где* $\eta_{ij}^{\min}(t) = 0$, *а* $\eta_{ij}^{\max}(t)$ *определяется из (4.9).*

Как правило, в связи с наличием посредников и транспортных расходов при закупке продукции на внешнем рынке, наиболее часто на практике встречается случай $p_j < \theta_j$. При этом оптимальной стратегией закупок продукции предприятием будет являться $\eta_{ij}^*(t) = \eta_{ij}^{\max}(t)$. Далее в работе предполагается, что выполнено данное условие.

Обозначим величину выручки i-го предприятия с учетом неплатежей контрагентов через $Q_i(t)$:

$$Q_i(t) = p_i C_i^0 + \sum_{j \neq i} v_{ji}(t). \tag{4.10}$$

Тогда, согласно определению [64], ситуацией динамического равновесия по Нэшу данной системы будет являться набор параметров управления $(\beta^*(t), \eta^*(t), v^*(t))$, таких, что:

$$J_i(\beta_i^*(t), \eta_i^*(t), v_i^*(t))|_{(C_i^*(t), Q_i^*(t))} \geq J_i(\beta_i(t), \eta_i(t), v_j(t))|_{(C_i^*(t), Q_i^*(t))}, \ \forall i = 1, \ldots, n,$$

где $C_i^*(t)$ – совокупный спрос, определенный в (4.8), на оптимальном режиме.

Следует заметить, что при указанных объемах спроса и выручки от продаж, даже при использовании рентабельной технологии производства, в некоторые периоды времени предприятие может нести убытки при малых выплатах $v_{ji}(t)$.

В отличие от модели главы 3, величины $C_i{}^*(t)$ и $Q_i{}^*(t)$ не являются в общем случае постоянными, поэтому равновесный режим функционирования предприятий промышленного комплекса будет в общем случае иметь более сложную структуру, нежели определяемый теоремой 3.1.

Исследуем стационарный оптимальный по Нэшу режим функционирования промышленного комплекса, на котором величины выпуска $X_i{}^*(t)$ и объемы выплат $v_{ij}{}^*(t)$ постоянны во времени. В этом случае функции спроса $C_i{}^*(t)$ и выплат $Q_i{}^*(t)$ будут также являться постоянными, поэтому для предприятий промышленного комплекса должны выполняться условия рентабельности технологий при равновесных объемах спроса $C_i{}^*(t)$, а также неотрицательности избыточного спроса на их продукцию. Непосредственно из определения (3.6) могут быть получены следующие условия рентабельности технологий производства предприятий:

$$(p_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(\eta_{ij}^*(t)p_j + (1-\eta_{ij}^*(t))\theta_j)X_i{}^* - Z(X_i{}^*) \geq 0. \qquad (4.11)$$

Из условий неотрицательности избыточного спроса получаем

$$(\mathbf{E} - \mathrm{H}(t))\mathbf{X}^*(t) \leq \mathbf{C}^0, \qquad (4.12)$$

Здесь $\mathbf{E}$ – единичная матрица, $\mathrm{H}(t)$ – матрица с элементами $a_{ij}\eta_{ij}{}^*(t)$, $\mathbf{X}^*(t)$ – вектор объемов выпуска, $\mathbf{C}^0$ – вектор уровней внешнего спроса.

Однако, согласно принципу оптимальности Нэша, равновесный режим будет также являться оптимальным для каждого предприятия при фиксированных величинах $C_i{}^*$ и $Q_i{}^*$. Поэтому должны выполняться условия теоремы 3.1 об оптимальном режиме функционирования предприятия, откуда следует, что равновесный по Нэшу режим будет стационарном только в случае $\mathbf{X}^*(t) = \mathbf{K}(t)$.

Таким образом, имеет место следующая теорема:

Т е о р е м а 4.2. *Если существуют величины η_{ij}^*, удовлетворяющие условию (4.11) и такие, что*

$$(\mathbf{E} - \mathrm{H}(t))\mathbf{K}(t) \le \mathbf{C}^0, \tag{4.13}$$

то равновесный по Нэшу режим функционирования промышленного комплекса является стационарным.

Таким образом, в случае некооперативного взаимодействия предприятий, промышленный комплекс выходит на стационарный режим только в случае рентабельности технологий и неотрицательности избыточного спроса на продукцию всех входящих в него предприятий при объемах выпуска $K_i(t)$. То есть, как и в случае модели отдельного предприятия, определяющими условиями бескризисного функционирования промышленного комплекса являются технологическая эффективность и наличие достаточного спроса на продукцию входящих в него предприятий.

В силу $\mathbf{X}^*(t) = \mathbf{K}(t)$ для найденного режима имеет место более сильный принцип оптимальности.

Т е о р е м а 4.3. *Стационарный режим* $\eta^*(t)$, $\mathbf{X}^*(t)$ *является абсолютно оптимальным в задаче (4.1) – (4.5).*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Предположим, что существует режим $\eta(t)$, $\mathbf{X}(t)$, такой, что $\exists i : J_i(X_i(t), \eta_i(t)) \ge J_i(X_i^*(t), \eta_i^*(t))$.

В силу $X_i^*(t) = K_i(t)$ получаем, что $\exists 0 \le t_1 < t_2 \le T$: $\forall t \in [\, t_1, t_2]\ X_i(t) < K_i(t)$. Тогда из теоремы 3.4 существует режим выпуска $X'(t)$, такой, что $J_i(X'(t), \eta_i(t)) \ge J_i(X_i(t), \eta_i(t))$. •

Таким образом, выполнение условий (4.11), (4.13) обеспечивает наличие абсолютно оптимального режима функционирования предприятий

Табл. 4.1. Характеристики предприятий

Предприятие	**K**(0)	**N**(0)	**S**(0)	**p**	α	μ	**D**(0)
1	2000.0	600.0	1500.0	1.0	0.02	0.005	2000.0
2	3000.0	1200.0	3000.0	0.3	0.01	0.005	0.0

промышленного комплекса, который является стационарным в условиях постоянства внешнего спроса $\mathbf{C}^0$ и цен $\mathbf{p}$ и θ.

В качестве иллюстрации результатов теоремы 4.2 рассмотрим промышленный комплекс, состоящий из двух взаимодействующих предприятий, первое из которых производит предметы потребления, а второе – сырье для первого предприятия и других агентов вне комплекса. Параметры предприятий и выпускаемых ими товаров приведены в таблице 4.1.

Для данного комплекса исследовались зависимости режимов функционирования от уровня конечного спроса.

На рисунках 4.1, 4.2 изображены траектории параметров предприятий при наличии сильного дефицита спроса на продукцию предприятий $\mathbf{C}^0$ =(300, 2200). Это ведет к нерентабельности производства и к накоплению просроченной задолженности. Второе предприятие также испытывает дефицит спроса, поэтому с течением времени оба предприятия значительно сокращают объемы производственных мощностей (верхняя огибающая объема выпуска продукции соответствует величине производственной мощности $K_i(t)$) и, соответственно, объемы выпуска продукции. Видно, что при этом первое предприятие становится рентабельным, однако промышленный комплекс не достигает стационарного режима функционирования, так как оно продолжает работать в "импульсном" режиме.

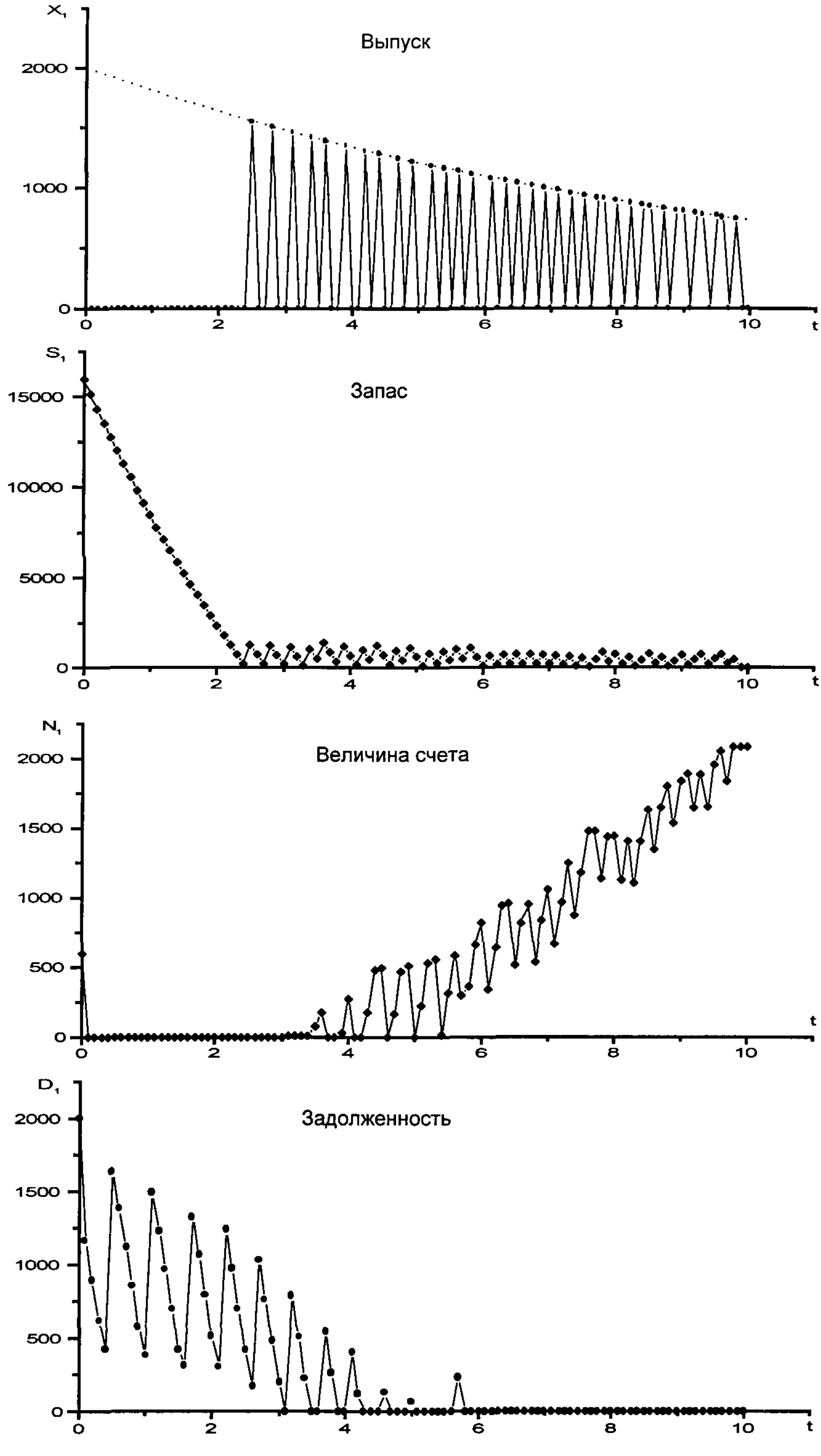


Рис.4.1. Параметры первого предприятия

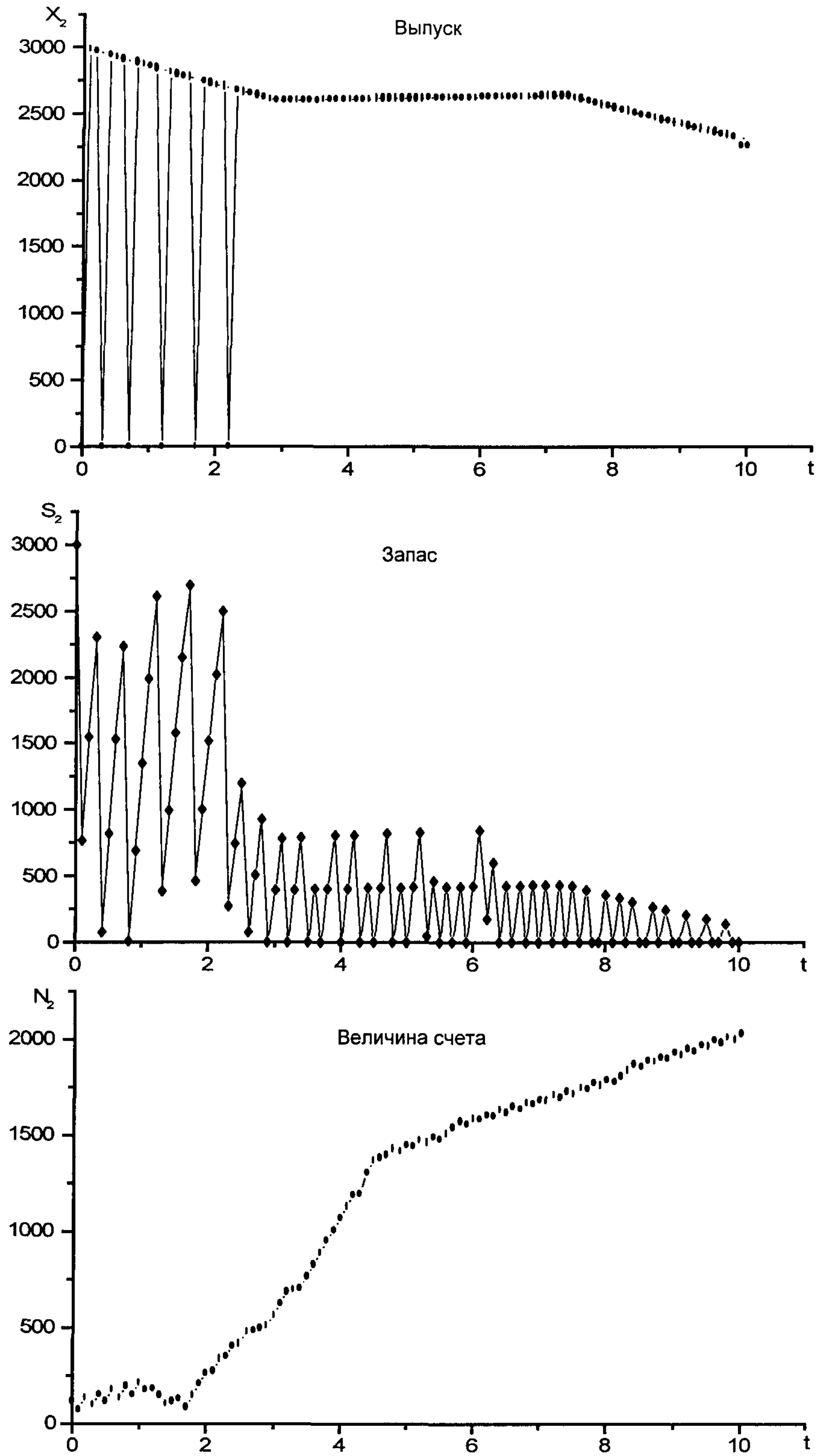


Рис.4.2. Параметры второго предприятия ($D_2 = 0$)

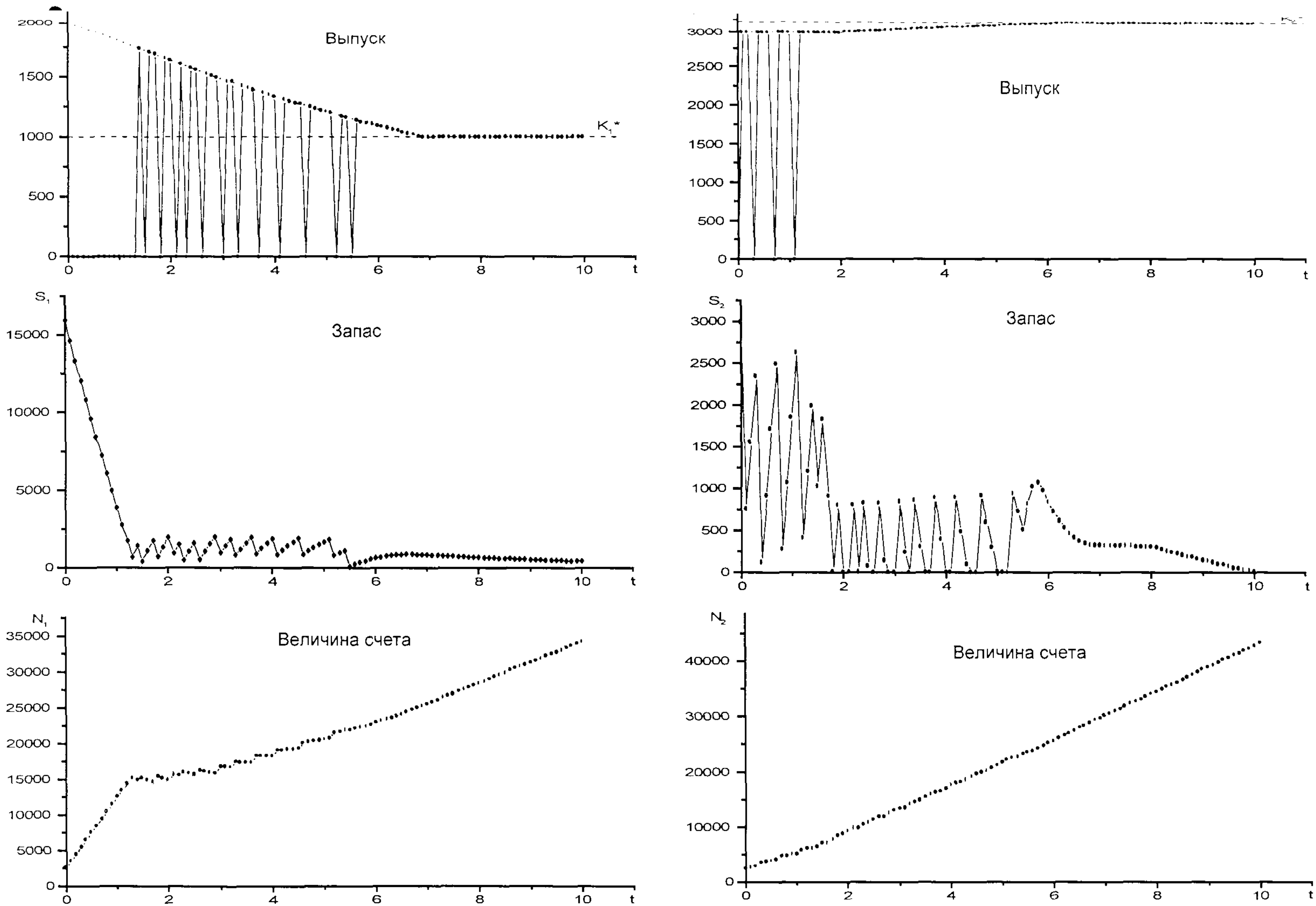


Рис. 4.3. Параметры предприятий при малом дефиците спроса.

Второй случай (рис. 4.3) соответствует наличию небольшого дефицита спроса $\mathbf{C}^0$ =(1000, 2200). При этом оба предприятия остаются рентабельными, однако оптимальной стратегией первого предприятия является сокращение объемов производственной мощности до величины, позволяющей полностью удовлетворить текущий спрос. Для второго предприятия при данном объеме спроса оптимальным является увеличение производственной мощности до величины $K_2^* = 3200.0$. При этом полностью удовлетворяется спрос на продукцию как первого предприятия, так и контрагентов вне комплекса. Видно, что в данном случае промышленный комплекс выходит на стационарный режим функционирования.

Таким образом, в рассматриваемом комплексе "узким местом" является первое предприятие, нерентабельность технологии которого и наличие дефицита спроса на продукцию влияет на режим функционирования поставщика.

Рассмотренный выше случай является в некотором смысле идеальным, так как в нем используется предположение о полной информированности всех входящих в промышленный комплекс предприятий. В реальных условиях предприятие, как правило, не располагает информацией о будущих закупках и выплатах своих контрагентов, а прогнозирует их на основе предыдущих значений, в связи с чем условия равновесия (4.11), (4.13) могут нарушаться.

Для отражения в модели неполноты доступной предприятиям информации, предположим, что они используют механизм скользящего планирования выпуска продукции, который заключается в оптимизации процесса функционирования в дискретные моменты времени $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_l < T$ на подынтервалах $[t_k, T]$, $k = 0,\ldots, l$ интервала планирования $[0, T]$, при предположении, что величины спроса и оплаты на каждом из них постоянны и составляют

$$C_{ik} = C_i^0(t_k) + \sum_{j \neq i} a_{ji}\eta_{ji}X_j(t_k), \quad Q_{ik} = p_i C_i^0(t_k) + \sum_{j \neq i} v_{ji}(t_k), \quad \forall t \in [\,t_k, T].$$

В этом случае модель функционирования промышленного комплекса будет представлять собой l-шаговую операцию n сторон, описываемых моделями функционирования предприятий в условиях постоянного спроса и цен. При этом режим функционирования каждого предприятия на каждом отрезке вида $[t_{k-1}, t_k]$ будет представлять собой начальный участок траектории – решения задачи оптимального управления, описанной в главе 3, на интервале времени $[t_{k-1}, T]$. В общем случае моменты принятия управленческих решений t_k для различных предприятий также будут различными. Изменение характеристик режимов функционирования предприятий будет представлять собой некоторый дискретный итерационный процесс. Далее доказывается, что стационарный режим, определяемый соотношениями (4.11), (4.13), при определенных условиях будет являться неподвижной точкой этого процесса.

Теорема 4.4. *В условиях теоремы 4.2 существуют величины* t_k, T, $0 < t_k < T$, *такие что* $\forall t \in [\,t_k, T]$: $\mathbf{X}^*(t) = \mathbf{K}(t)$.

Доказательство. Проведем доказательство от противного. Пусть для стационарного режима

$$\exists i\colon \sum_j a_{ij}\eta_{ij}^*(t)X_j^*(t) + C_i^0 = X_i^*(t) < K_i(t). \qquad (4.14)$$

Докажем, что в этом случае $\exists j\colon \; X_j^*(t) < C_j^0 + \sum_{k \neq j} a_{kj}\eta_{kj}^*(t)X_k^*(t)$.

Предположим, что это не так, то есть выполнено условие

$$\mathbf{X}^*(t) \geq (\mathbf{E} - \mathbf{H}(t))^{-1}\mathbf{C}^0$$

Подставляя это условие в уравнение баланса избыточного спроса и учитывая неравенство (4.14), получим

$$\mathbf{H}(t)(\mathbf{E} - \mathbf{H}(t))^{-1}\mathbf{C}^0 + \mathbf{C}^0 < \mathbf{K}(t)$$

С другой стороны, подставляя $\mathbf{C}^0$ из условия (4.12), получим

$$(\mathbf{H}(t)(\mathbf{E}-\mathbf{H}(t))^{-1}+\mathbf{E})(\mathbf{E}-\mathbf{H}(t))\mathbf{K}(t) < \mathbf{K}(t),$$

что приводит к неравенству

$$\mathbf{K}(t) < \mathbf{K}(t).$$

Полученное противоречие доказывает, что $\exists j$: $\forall t \in [0, T]$ $X_j^*(t) < C_j^0 + \sum_{k \neq j} a_{kj} \eta_{kj}^*(t) X_k^*(t)$. Так как на стационарном режиме C_i^* и Q_i^* постоянны, то в силу теоремы 3.4 получаем, что $X_j^*(t)$ не является оптимальным процессом. Это противоречит тому, что механизм скользящего планирования дает на подынтервалах $[t_{k-1}, t_k]$ участки оптимальной траектории. •

Таким образом, итерационный процесс согласования объемов выпуска предприятиями промышленного комплекса сходится к стационарному режиму, определяемому условиями теоремы 4.2, то есть данный режим является устойчивым в том смысле, что его характеристики не зависят от степени информированности предприятий о действиях контрагентов.

§4.3 Взаимное инвестирование предприятий

Исследуем в рамках изложенной модели кооперативное взаимодействие предприятий. Как указывалось выше, одной из распространенных форм кооперации предприятий промышленного комплекса является взаимное инвестирование.

В условиях переходного периода свободный перелив капитала между предприятиями, как правило, затруднен в связи с высоким риском инвестирования, связанным с неполнотой информации и ненадежностью партнеров, а также наличием различных юридических и экономических барьеров. Однако при объединении предприятий в финансово-промышленные группы либо товарищества взаимного кредитования механизм взаимного инвестирования позволяет членам такого рода объединений получать большую прибыль путем оптимального распределения инвестиций.

Исследуем данный механизм при помощи рассмотренной выше модели функционирования промышленного комплекса.

Предположим, что часть чистой прибыли, определяемая величинами $I_i(t)$, поступает в виде инвестиций в промышленный комплекс. Тогда величины основных производственных фондов предприятий будут изменяться согласно закону

$$\dot{K}_i = -\mu_i K_i + \int_{t-\Delta t}^{t} l_i(\tau,t)\varphi_i(\tau,\mathbf{s})\sum_{j=1}^{n} I_i(\tau)d\tau . \qquad (4.15)$$

Первое слагаемое данного уравнения отражает величину выбытия основных фондов в результате износа, второе слагаемое – их увеличение при инвестировании отрасли. При этом с помощью закона освоения инвестиций $l_i(\tau, t)$ [21] учитывается, что введение в производство основных фондов, как правило, требует затрат времени.

Функция $\varphi_i(t, \mathbf{s})$ во втором слагаемом определяет долю суммарных инвестиционных отчислений, производимых предприятиями в момент времени t, направляемую на развитие i-го предприятия. Аргумент $\mathbf{s}$ представляет собой набор параметров предприятий, определяющий решение инвестора. Предполагается, что функция $\varphi_i(t, \mathbf{s})$ удовлетворяет следующим условиям:

1. $\varphi_i(t, \mathbf{s}) \geq 0 \qquad \forall\, t, \forall\, i = 1\ldots n;$
2. $\sum_{i=1}^{n} \varphi_i(t,\mathbf{s}) = 1 \;\; \forall\, t.$

Первое свойство указывает на неотрицательность инвестиций в развитие предприятий и отсутствие процесса деинвестирования (возврата денежных средств за счет продажи основных фондов), второе – на то, что отсутствуют потери и какие-либо внешние источники инвестиций.

Назовем функции, удовлетворяющие этим условиям, *схемами инвестирования*.

По сути дела, схема инвестирования представляет собой функцию предпочтения инвестора, и определение ее конкретного вида является самостоятельной задачей.

Как правило, целью инвестора является максимизация прибыли от вложенного капитала, поэтому его рациональное поведение предусматривает вложение инвестиций в предприятия, характеризующиеся наибольшей прибыльностью. Прибыльность предприятия будем характеризовать при помощи нормы прибыли $\rho(t)$, представляющей собой отношение чистой прибыли к величине основных фондов

$$\rho(t) = \frac{Q(t)}{K(t)},$$

где $Q(t)$ – чистая прибыль предприятия.

Для моделирования промышленного комплекса применялись следующие типы схем инвестирования.

1. Схема инвестирования "аукционного типа".

Обозначим $\mathbf{V}(t) = \{\, i \mid \rho_i(t) = \max\{\rho_k(t)\};\ k = 1 \ldots n \}$ – множество индексов предприятий, имеющих наибольшую норму прибыли. Пусть $\|\mathbf{V}(t)\| = m(t)$. Рассмотрим функцию

$$\varphi_i(t, \boldsymbol{\rho}(t)) = \begin{cases} \dfrac{1}{m(t)}, & \text{если } i \in \mathbf{V}(t) \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} . \qquad (4.16)$$

Здесь в качестве параметра s выступает вектор норм прибыли предприятий объединения $\rho(t)$. Данная функция отражает простейший механизм принятия решений инвестором, когда все инвестиции идут только в предприятие с наибольшей нормой прибыли на вложенный капитал, тогда как остальные предприятия их не получают. Она описывает "идеального" инвестора, максимизирующего текущую прибыль от вложенных средств, который располагает полной информацией о прибыльности всех предприятий и способен мгновенно осуществлять перераспределение средств без каких либо ограничений. В реальности эти предположения, как правило, не выполняются из за ограниченности имеющейся у инвестора информации, а также наличия в экономике барьеров для свободного перераспределения капитала.

2. "Аукционная" схема инвестирования может быть аппроксимирована рациональными функциями, зависящими от величины нормы прибыли предприятий ρ(t), представляющими собой отношение полиномов , например, первой

$$\varphi_i(t,\mathbf{\rho}(t)) = \frac{\alpha_i \rho_i(t)}{\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \rho_j(t)}; \tag{4.17}$$

либо второй степени

$$\varphi_i(t,\mathbf{\rho}(t)) = \frac{\alpha_i \rho_i(t)^2}{\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \rho_j(t)^2}. \tag{4.18}$$

где α_i - неотрицательные величины, характеризующие вес того или иного предприятия при принятии инвестиционного решения.

Данные функции предполагают что инвестирование предприятий производится, соответственно, пропорционально их нормам прибыли, либо их квадратам. Необходимо заметить, что функции (4.17), (4.18) определены только при $\Sigma\rho_j(t) > 0$, то есть, если хотя бы одно предприятие объединения имеет строго положительную норму прибыли.

3. Функции, зависящие от масштаба производства, для которых $\mathbf{s} = \{\rho(t), \mathbf{K}(t)\}$. Простейшей из такого рода схем является рациональная функция вида

$$\varphi_i(t,\mathbf{\rho}(t),\mathbf{K}(t)) = \frac{\alpha_i \rho_i(t) K_i(t)}{\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \rho_j(t) K_j(t)}. \tag{4.19}$$

Согласно данной схеме, количество инвестиций, поступающих в каждое предприятие, пропорционально объему получаемой им чистой прибыли $Q(t)$.

Таким образом, модификация уравнений изменения величин основных производственных фондов предприятий (4.15) позволяет учесть в модели интересы еще одной стороны – инвестора, задаваемые при помощи схемы инвестирования φ (t, s).

Уравнения динамики основных фондов в форме (4.15) отражают механизм перелива капитала, функционирующий в соответствии с выгодностью вложений инвестиций в различные предприятия промышленного комплекса.

Изучим стационарный режим функционирования описываемой данной моделью системы, на котором происходит стабилизация величин основных фондов предприятий промышленного комплекса.

Предположим, что на инвестирование направляется вся нераспределенная прибыль предприятий, то есть $I_i(t) = Q_i(t)$. Пусть лаг освоения инвестиций в рассматриваемой системе отсутствует, то есть $l_i(\tau, t) = \delta_{\tau t}$. Тогда (4.15) запишется в виде

$$\dot{K}_i = -\mu_i K_i + \varphi_i(t,\mathrm{s})\sum_{j=1}^{n} Q_i(t)\,. \qquad (4.20)$$

Рассмотрим функционирование промышленного комплекса в случае "аукционной" схемы инвестирования предприятий (4.16). Предположим, что промышленный комплекс функционирует в стационарном режиме. Тогда из (4.20) получим

$$-\mu_i K_i + \varphi_i(t,\mathrm{s})\sum_{j=1}^{n} Q_i(t) = 0; \qquad i=1,n. \qquad (4.21)$$

Назовем i-е предприятие *функционирующим* в момент времени t, если $K_i(t) > 0$.

Докажем, что при выбранной схеме инвестирования на стационарном режиме все функционирующие предприятия имеют одинаковую норму прибыли. Действительно, в противном случае существуют предприятия i, j, такие, что $\rho_i(t) < \rho_j(t)$. Тогда из (4.16) $\varphi_i(t, \mathrm{s}) = 0$, и данная система уравнений имеет место только в случае $K_i(t) = 0$, то есть когда i-е предприятие не функционирует.

Определим структуру основных фондов промышленности на стационарном режиме. Пусть $m \le n$ предприятий имеют положительную норму прибыли. Тогда, согласно доказанному ранее, их нормы прибыли одинаковы, поэтому множество $\mathbf{V}(t)$ состоит из индексов этих предприятий. Следовательно, для каждого из них имеет место равенство $\varphi_i(t, \mathbf{s}) = \frac{1}{m(t)}$, где $m(t) = \|\mathbf{V}(t)\|$.

Тогда система уравнений (4.21) примет следующий вид:

$$-\mu_i K_i + \frac{\rho(t)}{m(t)} \sum_{j \in V(t)} K_j(t) = 0; \qquad i \in \mathbf{V}(t);$$

$$K_i(t) = 0; \qquad i \notin \mathbf{V}(t).$$

Определим из первых m уравнений данной системы величины основных фондов функционирующих отраслей. В векторно-матричной форме данные уравнения запишутся как

$$\mathbf{M}(\rho(t))\mathbf{K}^{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{0}, \tag{4.22}$$

где $\mathbf{K}^{\mathbf{V}}(t)$– m-мерный вектор величин основных фондов функционирующих отраслей;

$\mathbf{M}(\rho(t))$ –матрица m x m, имеющая вид:

$$\mathbf{M}(\rho(t)) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\mu_1 m}{\rho(t)} & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 - \frac{\mu_2 m}{\rho(t)} & \dots & 1 \\ . & . & . & . \\ 1 & 1 & \dots & 1 - \frac{\mu_m m}{\rho(t)} \end{pmatrix}.$$

Введем в рассмотрение матрицу m x m $\mathbf{I_m}$, состоящую из единиц и диагональную матрицу $\mathbf{S}(\rho(t))$ с элементами $s_{ii} = \mu_i m$. Тогда

$$\mathbf{M}(\rho(t)) = \mathbf{I_m} - \frac{1}{\rho(t)} \mathbf{S}(\rho(t)),$$

и система (4.22) запишется в виде:

$$\mathbf{I_m K}(t) = \frac{1}{\rho(t)} \mathbf{S}(\rho(t))\mathbf{K}(t),$$

или

$$[\mathbf{S}(\rho(t))]^{-1}\mathbf{I_m K}(t) = \frac{1}{\rho(t)} \mathbf{K}(t). \qquad (4.23)$$

Решение данной системы уравнений может быть сведено к отысканию собственных значений и собственных векторов матрицы $[\mathbf{S}(\rho(t))]^{-1}\mathbf{I_m}$.

Так как $\mathbf{S}(\rho(t))$ – диагональная, то $[\mathbf{S}(\rho(t))]^{-1}$ – также является диагональной, с элементами $s_{ii}^{-1} = \frac{1}{\mu_i m}$. Тогда матрица $[\mathbf{S}(\rho(t))]^{-1}\mathbf{I_m}$ будет иметь вид

$$[\mathbf{S}(\rho(t))]^{-1}\mathbf{I_m} = \frac{1}{m}\begin{pmatrix} \frac{1}{\mu_1} & \dots & \frac{1}{\mu_1} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{1}{\mu_n} & \dots & \frac{1}{\mu_n} \end{pmatrix}. \qquad (4.24)$$

Нетрудно доказать, что она имеет два собственных числа $\lambda_1 = 0$ кратности $(m - 1)$ и $\lambda_2 = \frac{1}{m}\sum_j \frac{1}{\mu_j}$ кратности 1. Учитывая, что $\lambda = (\rho(t))^{-1}$, получаем из соображений физической реализуемости, что на стационарном режиме $\rho(t) = (\lambda_2)^{-1}$.

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема 4.5. *Если предпочтения инвестора описываются схемой инвестирования "аукционного типа" (4.16), то существует единственный стационарный режим, на котором нормы прибыли всех функционирующих предприятий $\rho(t)$ одинаковы и равны $(\lambda)^{-1}$, где λ – ненулевое собственное число матрицы (4.24), а объемы их основных фондов $\mathbf{K^V}(t)$ определяется из условия (4.23).*

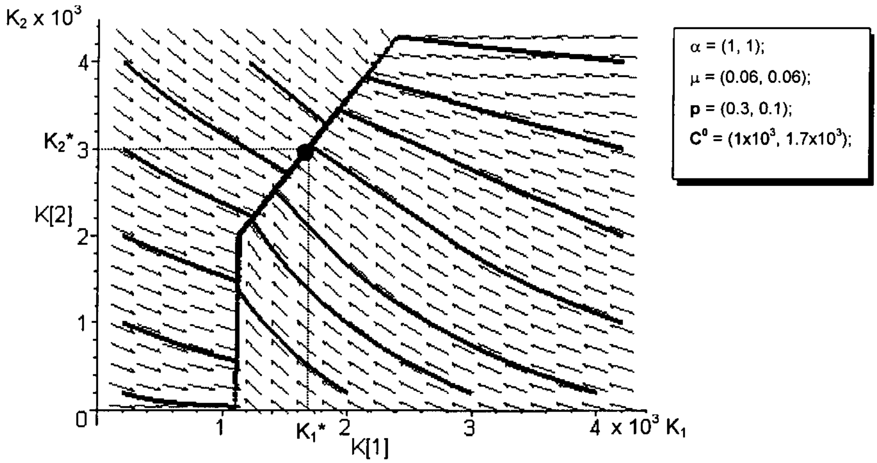


Рис. 4.4. Динамика величин K(t) для аукционной схемы инвестирования

Пример расчетов фазовых траекторий и стационарных значений величин производственных мощностей промышленного комплекса, состоящего из двух предприятий с заданными параметрами при аукционной схеме инвестирования, приведен на рис. 4.4.

Как указывалось выше, данный случай соответствует "идеальному" инвестору, действующему в условиях полной определенности и обладающему большими возможностями по перераспределению средств. При этом пропорции развития производственных мощностей предприятий **K** на стационарном режиме совпадают с объемами полного спроса на продукцию

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}^{\mathbf{K}} + \mathbf{C}^{\mathbf{0}}$$

где $\mathbf{C}^{\mathbf{K}}$ – промежуточный спрос на продукцию других предприятий промышленного комплекса.

В общем случае инвестор обладает неполной информацией о параметрах функционирования предприятий, поэтому данное утверждение не выполняется.

В качестве примера рассмотрим схему инвестирования, заданную рациональной функцией (4.17). Уравнения динамики основных фондов будут иметь вид

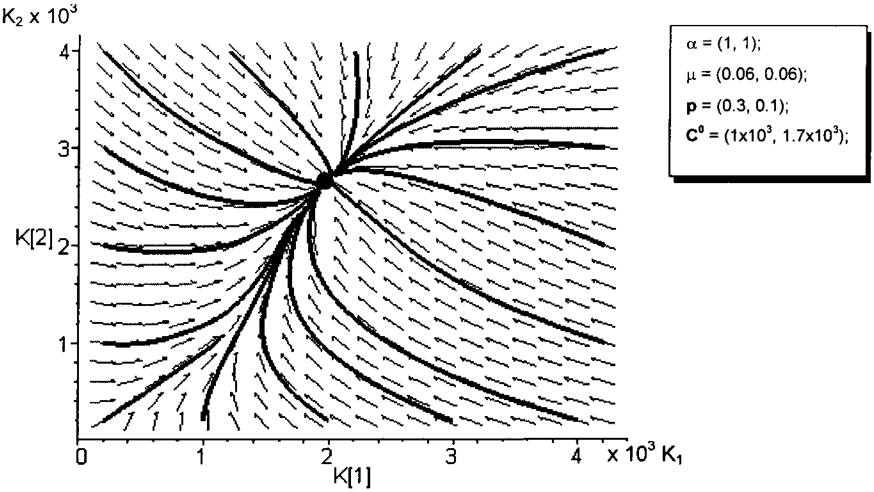


Рис. 4.5. Динамика величин K(t) для рациональной схемы инвестирования

$$\dot{K}_i = -\mu_i K_i + \frac{\alpha_i \rho_i(t)}{\sum_{l=1}^{n} \alpha_l \rho_l(t)} \sum_{j=1}^{n} Q_i(t).$$

Тогда условия стационарности (4.21) запишутся как

$$\left(\frac{1}{(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\rho}(t))}\bar{\mathbf{A}}\rho(t)\rho(t)^{\mathrm{T}} - \mathbf{M}_{\mathbf{K}}\right)\mathbf{K}(t) = 0, \qquad (4.25)$$

где $\bar{\mathbf{A}}$ – диагональная матрица с элементами α_i, $\mathbf{M}_{\mathbf{K}}$ – диагональная матрица с элементами μ_i на диагонали.

Обозначим

$$\mathrm{P}(t) = \bar{\mathbf{A}}\rho(t)\rho(t)^{\mathrm{T}}.$$

Предположим, что коэффициенты амортизации μ_i одинаковы по всем предприятиям объединения и равны μ. Тогда условия стационарности могут быть записаны в виде

$$\mathrm{P}(t)\,\mathbf{K}(t) = \mu(\alpha, \rho(t))\,\mathbf{K}(t) \qquad (4.26)$$

и отыскание стационарного режима сводится к решению данной системы нелинейных уравнений.

Решение этой системы для предприятий с различными параметрами проводилось численно, на рис. 4.5 изображены фазовые траектории величин K(t). Нетрудно видеть, что в этом случае величина

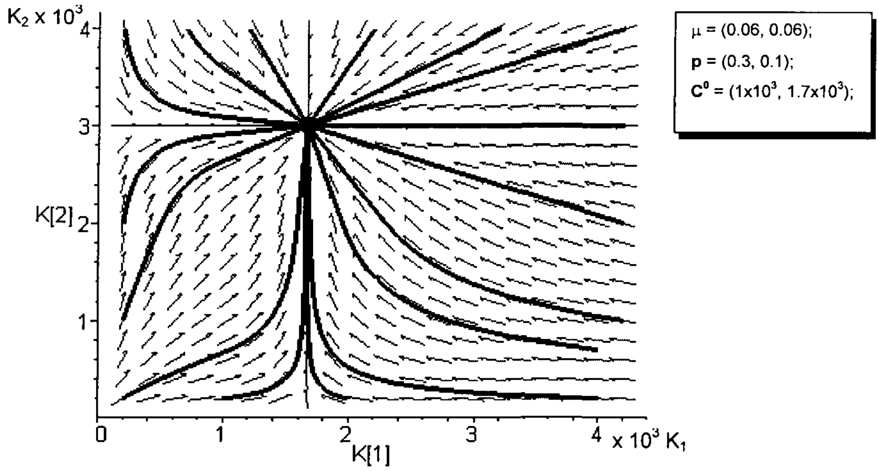


Рис. 4.6. Динамика величин K(t) для условий самофинансирования

производственных мощностей 2 предприятия увеличивается.

Рассмотрим теперь схему инвестирования, зависящую не только от нормы прибыли предприятия, но и от масштаба производства, описываемую функцией (4.19).

В случае безразличия инвестора, когда все коэффициенты α_i в (4.19) равны, получим функцию $\varphi_i(\mathbf{\rho}(t),\mathbf{K}(t)) = \dfrac{\rho_i(t)K_i(t)}{\sum_{j=1}^{n}\rho_j(t)K_j(t)}$. При этом, если учесть $Q_j(t) = \rho_j(t)K_j(t)$, уравнение (4.20) примет вид:

$$\dot{K}_i = (\rho_i(t) - \mu_i)K_i\,. \tag{4.27}$$

Данное уравнение отражает условия *самофинансирования* предприятий, при которых отсутствует перелив капитала между ними.

Стационарный режим системы, описываемой данными уравнениями, имеет место при $\rho_i(t) = \mu_i$. При этом вся прибыль, получаемая предприятием, расходуется на возмещение выбытия собственных основных фондов K_i (рис. 4.6).

Данное условие совпадает со свойством оптимальных траекторий экономической системы в модели промышленного комплекса в условиях самофинансирования предприятий, установленным в [78].

§4.4. Иерархическое взаимодействие органов управления и промышленного комплекса.

Другим способом повышения эффективности промышленного комплекса является иерархическое взаимодействие предприятий с органом управления (рис. 1.2). Исследуем процесс иерархического взаимодействия с использованием рассматриваемой модели промышленного комплекса.

Будем предполагать, что взаимодействие описывается иерархической игрой органов управления и предприятий, руководствующихся критериями максимизации прибыли. В этом случае вертикальные связи будут представлять собой стратегии верхнего уровня, определяемые учитываемыми в модели механизмами управления. Так, в централизованной экономике использовались преимущественно директивные механизмы управления промышленностью: практически все производство подчинялось планам, разрабатываемым органами управления, которые осуществляли согласование выпусков продукции.

В настоящее время влияние органов управления на функционирование промышленности значительно уменьшилось и свелось в основном к управлению налогами и льготами предприятий, а также к распределению государственного заказа [54]. Распространенная за рубежом государственная инвестиционная политика [6] не получила в России широкого распространения в связи с недостаточностью средств в бюджете.

Рассмотрим задачу оптимального распределения государственного заказа между предприятиями промышленного комплекса.

Предположим, что орган управления располагает бюджетными средствами в объеме B, которые могут распределяться между предприятиями промышленного комплекса, описываемого моделью §4.1 в форме государственного заказа на продукцию C_i^g, такими, что

$$0 \le C_i^g \le C_i^m; \tag{4.28}$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i C_i^m > \frac{B}{T}, \qquad (4.29)$$

где C_i^m – максимальные потребности органа управления в продукции i-го предприятия, T – горизонт планирования.

Предполагается, что важность закупок i-го типа продукции определяется весовым коэффициентом λ_i^g, а важность развития i-го предприятия для региона – λ_i^p. Тогда целями органа управления, с одной стороны, является максимизация удовлетворения от потребления продукции, а с другой – максимальное развитие ключевых отраслей региона.

Рассмотрим в качестве критерия свертку указанных целей [15]:

$$J_{\text{У}} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^g C_i^g + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^p K_i(T) \to \max_{\mathbf{C}^g}, \qquad (4.30)$$

где $K_i(T)$ – величина производственной мощности i-го предприятия на конечный момент времени T, определяемая из модели функционирования промышленного комплекса (§4.1) с уровнем внешнего спроса, составляющим

$$\mathbf{C}^0 = \mathbf{C}^g + \mathbf{C}^e, \qquad (4.31)$$

где $\mathbf{C}^e$ – уровень спроса других экономических субъектов.

Таким образом, задача распределения инвестиций органом управления формулируется следующим образом: найти уровень спроса $\mathbf{C}^g = (C_1^g, C_2^g, \ldots, C_n^g)$, удовлетворяющий ограничениям (4.28), (4.29), на котором достигается максимум функционала (4.30).

Для достаточно больших T в системе устанавливается равновесный режим, определяемый условием (4.13). Подставляя в него выражение (4.18), получим

$$\mathbf{K}(T) = (\mathbf{E} - \mathbf{H})^{-1}(\mathbf{C}^g + \mathbf{C}^e).$$

Тогда критерий запишется следующим образом

$$J_0 = (\lambda^g, \mathbf{C}^g) + (\lambda^p, (\mathbf{E} - \mathbf{H})^{-1}(\mathbf{C}^g + \mathbf{C}^e)) =$$

$$= (\lambda^{\mathbf{g}} + ((\mathbf{E} - \mathbf{H})^{-1})^{\mathrm{T}}\lambda^{\mathbf{p}}, \mathbf{C}^{\mathbf{g}}) + (\lambda^{\mathbf{p}}, \mathbf{C}^{\mathbf{e}}) \to \max_{\mathbf{C}^{\mathbf{g}}} .$$

Таким образом задача оптимального распределения инвестиций органом управления с критерием (4.30) представляет собой задачу линейного программирования. Множество допустимых значений задачи, задаваемое ограничениями (4.28) и (4.29), имеет структуру, специфическую для задач распределения ресурсов, что позволяет предложить простой алгоритм отыскания ее решений.

Пусть $\mathbf{P}$ – диагональная матрица цен продукции предприятий. Рассмотрим вектор выплат за продукцию $\mathbf{C}^{\mathbf{p}} = \mathbf{P}\mathbf{C}^{\mathbf{g}}$. В переменных $\mathbf{C}^{\mathbf{p}}$ задача запишется следующим образом

$$J_0 = (\lambda^{\mathbf{g}} + ((\mathbf{E} - \mathbf{H})^{-1})^{\mathrm{T}}\lambda^{\mathbf{p}}, \mathbf{P}^{-1}\mathbf{C}^{\mathbf{p}}) + (\lambda^{\mathbf{p}}, \mathbf{C}^{\mathbf{e}}) \to \max_{\mathbf{C}^{\mathbf{p}}} ;$$

$$0 \le \mathbf{C}^{\mathbf{p}} \le \mathbf{P}\mathbf{C}^{\mathbf{m}}; \qquad \sum_{i=1}^{n} C_i^p > \frac{B}{T}.$$

Обозначим через λ вектор весовых коэффициентов при $\mathbf{C}^{\mathbf{p}}$ в критерии J_0:

$$\lambda = (\mathbf{P}^{-1})^{\mathrm{T}}(\lambda^{\mathbf{g}} + ((\mathbf{E} - \mathbf{H})^{-1})^{\mathrm{T}}\lambda^{\mathbf{p}}).$$

Пусть $\lambda^* = (\lambda_{i_1}, \lambda_{i_2}, \ldots, \lambda_{i_n})$ – вектор λ с лексикографически упорядоченными компонентами. Рассмотрим число $1 \le k \le n$ – такое, что

$$\sum_{l=k+1}^{n} p_{i_l} C_{i_l}^m \le \frac{B}{T}; \qquad \sum_{l=k}^{n} p_{i_l} C_{i_l}^m > \frac{B}{T} \tag{4.32}$$

(такое k существует в силу (4.29)). Тогда максимум функции J_0 на множестве, задаваемом (4.28), (4.29), будет достигаться на векторе $\mathbf{C}^{\mathbf{g}}*$ с компонентами:

$$C^g{}_{i_l}^* = \begin{cases} C_{i_l}^m, & l > k \\ \dfrac{1}{p_{i_k}}\left(\dfrac{B}{T} - \sum\limits_{j=k+1}^{n} p_{i_j} C_{i_j}^m\right), & l = k \\ 0, & l < k \end{cases} ; \qquad l = 1 \ldots n. \tag{4.33}$$

Действительно, для любого другого допустимого значения увеличение компонент вектора $\mathbf{C}^p$, соответствующих меньшим весовым коэффициентами может происходить за счет уменьшения компонент с большими весовыми коэффициентами, что приведет к уменьшению значения функции J_0.

Таким образом, оптимальное решение задачи (4.28) – (4.30) может быть найдено путем ранжирования предприятий рассматриваемого промышленного комплекса в порядке убывания весовых коэффициентов λ. и последующего применения формулы (4.33) для отыскания величин $C^g{}_i{}^*$. Количество операций в данном алгоритме определяется в основном процедурой сортировки вектора коэффициентов λ и составляет при выборе эффективных алгоритмов в среднем $O(n\log(n))$ [45], что существенно меньше количества операций в стандартных методах решения задач линейного программирования.

Видно, что оптимальное решение $\mathbf{C}^{g*}$ существенно зависит от принятых значений коэффициентов λ^g и λ^p. Если коэффициенты λ^g оцениваются органом управления достаточно объективно, то оценка величин λ^p является неоднозначной и существенно зависит от имеющейся в распоряжении органа управления информации, заинтересованности в развитии отдельных предприятий и других субъективных факторов. Поэтому представляется важной разработка методик оценки коэффициентов с точки зрения объективных социально-экономических последствий для региона, таких, как уровень безработицы, объем доходов населения, валовой выпуск продукции промышленным комплексом и другие.

Одним из возможных методов проведения такой оценки является переход от индивидуальных показателей предприятий к агрегированным показателям по промышленному комплексу в целом путем определения вклада каждого из предприятий в величину данного показателя.

Воспользуемся данным методом для оценки величин коэффициентов λ_i^p с точки зрения уровня занятости населения.

Пусть $L_i(K_i)$ – число работающих на i-м предприятии, зависящее от объема имеющихся производственных мощностей K_i.

Тогда при сокращении используемых производственных мощностей на i-м предприятии появляется скрытая (неполная занятость, вынужденные административные отпуска работников) либо явная безработица

$$\Delta_i(t) = L_i(K_i(0)) - L_i(K_i(t)).$$

Пусть λ^{Δ} – важность цели "занятость населения" для органа управления. Тогда критерий с учетом данной цели может быть записан следующим образом

$$J_{\Delta} = (\lambda^{g}, \mathbf{C}^{g}) + \lambda^{\Delta}\Delta(T) \to \max, \qquad (4.34)$$

где $\Delta(T) = \sum_{i=1}^{n} \Delta_i(T)$ – общий уровень безработицы по промышленному комплексу на момент времени T.

Преимуществом критерия J_{Δ} является использование единого весового коэффициента λ^{Δ} для оценки стратегий распределения инвестиций, который не зависит от конкретного предприятия и, следовательно, имеет меньший уровень субъективности, нежели относительные важности развития предприятий λ_i^p.

Предположим, что все L_i дважды непрерывно дифференцируемы по своему аргументу. Тогда, раскладывая $L_i(K_i(T))$ в ряд Тейлора до второго порядка, получим

$$L_i(K_i(T)) = L_i(K_i(0)) + \frac{dL_i}{dK_i}\Big|_{K_i(0)} (K_i(T) - K_i(0)) + o((K_i(T) - K_i(0))^2).$$

Обозначим $d_i = \frac{dL_i}{dK_i}\Big|_{K_i(0)}$. Тогда, пренебрегая членами второго порядка малости по отношению к приращениям K_i, критерий J_{Δ} может быть записан в виде

$$J_\Delta = (\lambda^g, \mathbf{C}^g) + \lambda^\Delta \sum_{i=1}^{n} d_i (K_i(T) - K_i(0)) \to \max, \qquad (4.35)$$

Видно, что (4.35) с точностью до константы совпадает с критерием (4.30), для которого

$$\lambda_i^p = \lambda^\Delta d_i, \qquad (4.36)$$

то есть важность развития каждого предприятия для системы в целом в данном случае будет пропорциональна предельным трудоемкостям производства d_i.

Из условий равновесия по Нэшу (4.13) получим, что для достаточно большого горизонта планирования T

$$J_\Delta = (\lambda^g, \mathbf{C}^g) + \lambda^\Delta(\mathbf{d}, \mathbf{K}(T) - \mathbf{K}(0)) =$$

$$= (\lambda^g, \mathbf{C}^g) + \lambda^\Delta(\mathbf{d}, (\mathbf{E} - \mathbf{H})^{-1}(\mathbf{C}^g + \mathbf{C}^e)) - \lambda^\Delta(\mathbf{d}, \mathbf{K}(0)) =$$

$$= (\lambda^g + \lambda^\Delta((\mathbf{E} - \mathbf{H})^{-1})^{\mathrm{T}} \mathbf{d}, \mathbf{C}^g) - c_1 \to \max_{\mathbf{C}^g} . \qquad (4.37)$$

где c_1 – константа, зависящая от начальных условий $\mathbf{K}(0)$ и уровня внешнего спроса $\mathbf{C}^e$.

Таким образом, задача оптимизации государственных закупок продукции промышленного комплекса в общем случае сводится к задаче условной оптимизации при линейных ограничениях. В частности, для критериев (4.30) и (4.34) с линейными функциями трудоемкости, она представляет собой задачу линейного программирования специального вида, оптимальное решение которой имеет вид (4.33).

В качестве иллюстрации рассмотрим иерархическое взаимодействие органа управления с двухотраслевым промышленным комплексом, параметры которого заданы в таблице 4.1. Исследуем случай наличия значительного дефицита спроса на продукцию предприятий $\mathbf{C}^0$ =(300, 2200). Из примера § 4.1 видно, что в этом случае стационарный режим характеризуется величинами мощностей $\mathbf{K}^*$ = (300, 2500), которые не достигаются на интервале планирования.

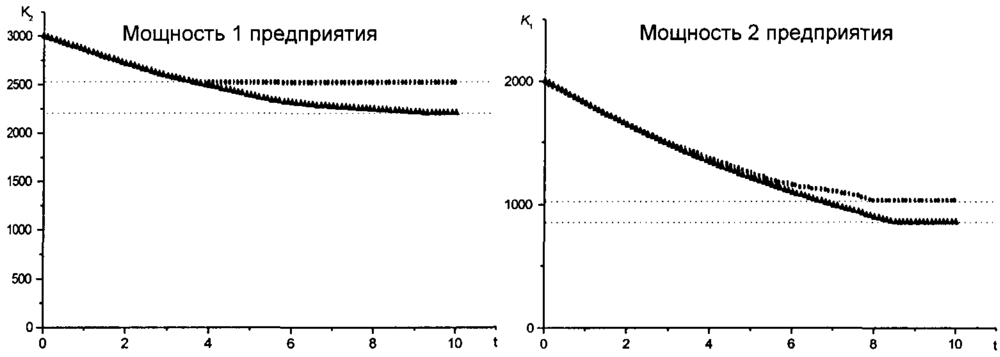


Рис. 4.7. Прирост производственных мощностей предприятий.

Предположим, что орган управления обладает бюджетом $B = 200$ ед. для закупки продукции предприятий, а его максимальные потребности в их продукции составляют $\mathbf{C}^m = (150, 500)$. Приоритеты продукции первого и второго предприятий в агрегированном критерии полагаются одинаковыми: $\lambda^g = (0.5, 0.5)$, а приоритеты предприятий определяются согласно (4.35), где $\lambda^\Delta = 1$, $\mathbf{d} = (3, 2)$.

Тогда решение соответствующей задачи распределения закупок продукции (4.27) – (4.29) дает $\mathbf{C}^g = (150, 166.67)$. Проведение закупок продукции предприятий в таком объеме приводит к увеличению объемов производственных мощностей первого и второго предприятий на 15% и 14.5% соответственно, и к увеличению ВВП системы на 19% по сравнению с характеристиками стационарного режима в отсутствие закупок (рис. 4.7).

Таким образом, оптимальное распределение закупок продукции органом управления между предприятиями промышленного комплекса дает положительный экономический эффект, выражающийся в увеличении производственных мощностей предприятий и ускорении их вывода на нормальный режим функционирования.

Выводы.

1. На основе модели функционирования предприятия разработана модель промышленного комплекса путем введения формальных описаний других агентов экономической системы (предприятий, инвесторов и органа

управления), а также функционального моделирования состояния локальных рынков продукции.

2. При помощи данной модели исследованы различные варианты поведения предприятий промышленного комплекса: некооперативное поведение, взаимное инвестирование, а также иерархическое взаимодействие.
3. Для случая некооперативного поведения предприятий установлены условия существования состояния равновесия, найдены оптимальные стратегии предприятий, и приведены необходимые условия стационарности их оптимального режима функционирования.
4. Исследован механизм взаимного инвестирования предприятий, предложен ряд классов функций полезности для описания предпочтений инвестора, определены стационарные режимы развития промышленного комплекса для различных классов функций полезности.
5. Исследованы задачи определения оптимальной стратегии управления промышленным комплексом при иерархическом взаимодействии предприятий с органом управления. Рассмотрена задача оптимального распределения государственных закупок продукции предприятий и предложено ее решение, учитывающее полезность продукции для органа управления, а также социально-экономические последствия для промышленного комплекса и экономической системы в целом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование позволяет сформулировать следующие выводы.

1. Производство материальных благ составляет основу функционирования экономической системы, поэтому одним из наиболее важных вопросов экономической науки является исследование и прогнозирование процессов функционирования промышленных предприятий.

2. В настоящее время для этих целей используются слабо формализованные методы, основанные преимущественно на эвристических процедурах, которые не обеспечивают достаточной точности прогнозов и принимаемых решений. Одним из возможных направлений повышения качества управления промышленностью является более широкое применение количественных методов и средств вычислительной техники.

3. Экономико-математические исследования функционирования промышленности в настоящее время представляют собой интенсивно развивающееся научное направление. Работы в данной области ведутся как в России, так и за рубежом. Характерной особенностью данной области является многообразие подходов. На наш взгляд, наиболее перспективным для исследований такого рода представляется системный подход, рассматривающий экономику как совокупность взаимодействующих агентов, руководствующихся собственными целями.

4. Для достижения краткосрочного эффекта снижения уровня неплатежей предприятий, упрощения их взаимных расчетов, а также выявления их реального статуса широко используются методы реструктуризации задолженности. Разработанный в диссертации метод позволяет отыскивать оптимальные стратегии реструктуризации задолженности, сохраняющие отношения «должник-кредитор» для систем с большим числом предприятий.

5. Для достижения долговременного эффекта необходимо использовать структурные динамические модели экономических систем. В диссертации

разработана и исследована динамическая модель функционирования промышленного предприятия, учитывающая, в отличие от существующих, комплексное воздействие условий инфляции, неплатежей контрагентов и технологической неэффективности производства, которая отражает основные особенности его функционирования. Данную модель целесообразно использовать в качестве базовой при структурном моделировании производственно-экономических систем.

6. На базе модели предприятия разработаны модели функционирования промышленного комплекса в условиях бескоалиционного и кооперативного взаимодействия предприятий, а также иерархическая модель системы «орган управления – промышленный комплекс». На основе данных моделей найдены оптимальные производственные стратегии предприятий промышленного комплекса, стратегии инвестирования для различных типов предпочтений инвесторов, а также оптимальная стратегия государственных закупок продукции предприятий.

7. Ряд результатов диссертации внедрен в форме программного комплекса определения оптимальных стратегий реструктуризации задолженностей предприятий и программного комплекса оценки и прогнозирования параметров регионального промышленного комплекса. Отдельные результаты также используются в учебном процессе на факультете ПМиК ТГУ.

8. Целесообразно проведение дальнейших исследований в следующих направлениях:

- экспериментальное исследование и расширение базовой модели функционирования предприятия в условиях кризиса;
- разработка и экспериментальное исследование структурных моделей экономических систем в условиях кризиса;
- разработка и ввод в эксплуатацию автоматизированных систем поддержки принятия решений по управлению промышленными системами на базе данных моделей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абалкин Л. Роль государства в становлении и регулировании рыночной экономики. // Вопросы экономики, 1997. № 6. С. 4 – 12.
2. Авраамова Е., Гурков И. Адаптация промышленных предприятий к рыночным условиям. // Вопросы экономики. № 11, 1996. С. 145 – 152.
3. Андреева Е.А., Бенке Х. Оптимизация управляемых систем. – Тверь: ТГУ, 1996. 164 с.
4. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. – М.: Финансы и статистика, 2000. 368 с.
5. Алипрантис К., Браун Д., Беркеншо О. Существование и оптимальность конкурентного равновесия. – М.: Мир, 1995. 384 с.
6. Аткинсон Э.Б., Стиглиц Д.Э. Лекции по экономической теории государственного сектора. – М.: Аспект Пресс, 1995.
7. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 1998.
8. Брайсон А., Хо Ю-ши Прикладная теория оптимального управления. Оптимизация, оценка и управление. – М.: Мир, 1972. 544 с.
9. Вальтух К.К. Использование модели межотраслевого баланса в курсе политэкономии капитализма. – М.: Высшая школа, 1991.
10. Вишневский Р. Математическая модель экономики посредников. // Рынок ценных бумаг, 1999. № 3.
11. Взаимозачет – реальное средство расшивки неплатежей. http://www.pabl.ru/ibm866/rouz/statja.html.
12. Волконский В.А. Институциональный подход к проблеме кризиса российской экономики // Экономика и мат. методы, 1999. Т. 35. № 1.
13. Вороновицкий М.М. Взаимное инвестирование и вертикальная интеграция на товарных рынках при перекрестном владении собственностью. // Экономика и мат. методы, 1999. Т. 35. № 3. С. 43 – 62.

14.Гаврилец Ю.Н. Целевые функции социально-экономического планирования. – М.: Экономика, 1983.
15.Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. – М.: Наука, 1976. 328 с.
16.Гимади Э.Х., Глебов Н.И., Залюбовский В.В. О некоторых задачах погашения взаимных долгов предприятий. // Дискретный анализ и исследование операций, сер. 2, 1997. Т. 4, № 1. С. 30 – 39.
17.Гимади Э.Х., Глебов Н.И., Залюбовский В.В. О задачах целесообразного товарообмена. // Дискретный анализ и исследование операций, сер. 2, 1998. Т. 5, № 1. С. 3 – 11.
18.Гуриев С.М., Поспелов И.Г. Модель общего равновесия экономики переходного периода. // Мат. моделирование, 1994. Т. 6. № 2. С. 3 – 21.
19.Гуриев С.М., Поспелов И.Г., Петров А.А., Шананин А.А. О роли неплатежей в интеграции предприятий. // Экономика и мат методы, 1999. Т. 35. № 1. С. 56 – 66.
20.Иванов Ю.Н., Симунек В., Сотникова Р.А. Оптимальная кредитная политика предприятия и банка. // Экономика и мат. методы, 1999. Т. 35. № 4. С. 19 – 38.
21.Иванов Ю.Н., Токарев В.В., Уздемир А.П. Математическое описание элементов экономики. – М.: Физ.-мат. литература, 1994. 416 с.
22.Ириков В.А., Тренев В.Н. Распределенные системы принятия решений. Теория и приложения. – М.: Наука, 1999
23.Калиткин Н.Н. Задача зачета взаимных долгов предприятий. // Доклады РАН, 1995. Т. 343, № 1. С. 12 – 14.
24.Калиткин Н.Н. Оптимальный взаимозачет долгов предприятий. // Мат. моделирование, 1995. Т. 7, № 1. С. 11 – 21.
25.Калиткин Н.Н., Кузьмина Л.В. О зачете взаимных долгов предприятий. // Мат. моделирование, 1995. Т. 7, № 4. С. 64 – 72.
26.Калиткин Н.Н., Михайлов А.П. Идеальное решение задачи зачета взаимных долгов. // Мат. моделирование, 1995. Т. 7, № 6. С. 111 – 117.

27.Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. – М.: Мир, 1964. 838 с.

28.Катулев А.Н., Колесник Г.В. Программный комплекс оптимизации основных показателей развития отраслей промышленности. // Программные продукты и системы, № 2, 1997. С. 16 – 18.

29.Катулев А.Н., Колесник Г.В. Статическая игровая модель оценки параметров регионального промышленного комплекса. // Сб. Судостроительная промышленность. Сер. Системы автоматизации проектирования, производства и управления. Вып. 32, 1998 г. С. 89 – 97.

30.Катулев А.Н., Колесник Г.В. Программный комплекс прогнозирования параметров экономической динамики региона. // Программные продукты и системы, № 2, 1998. С. 26 – 28.

31.Катулев А.Н., Колесник Г.В. Математическая модель многоотраслевой экономической системы. // Сб. Ученые записки. Т. 4. ТГУ, 1997. С. 3 – 8.

32.Катулев А.Н., Колесник Г.В., Михеев В.Н. Методы редукции графов в задачах реструктуризации задолженности предприятий. // Программные продукты и системы, № 2, 1999. С. 26 – 30.

33.Кашин В.Н., Ионов В.Я. Хозяйственный механизм и эффективность промышленного производства. – М.: Наука, 1997. 367 с.

34.Колемаев В.А. Математическая экономика. – М.: ЮНИТИ, 1998. 240 с.

35.Колесник Г.В. Оптимальный режим функционирования предприятия в условиях дефицита спроса. // Сб. Ученые записки. Т. 6. ТГУ, 2000. С. 32 – 36.

36.Колесник Г.В. Модель оценки и прогнозирования показателей экономической системы регионального уровня. // III Сибирский конгресс по прикладной и индустриальной математике INPRIM-98, Новосибирск, 1998.

37. Колесник Г.В. Методы реструктуризации задолженностей телерадио-компаний. // 7-я НТК "Современное телевидение". Москва, 1999. С. 44.

38. Колесник Г.В. Алгоритм редукции ориентированного графа полиномиальной сложности. // Конференция, посвященная 70-летию акад. В.А. Мельникова. Москва, 1999 г. С. 217 – 218.
39. Колесник Г.В. Математическая модель функционирования предприятий промышленности в условиях кризиса неплатежей. // I конференция-семинар "Математические модели сложных систем", Тверь, 1999.
40. Колесник Г.В. Модель оптимизации финансовых процессов в условиях кризисных ситуаций. // Конференция "Оптимальное управление и моделирование сложных систем", Тверь, 1999.
41. Колесник Г.В., Лазарев А.Ф. Моделирование как инструмент обоснования промышленной политики. // 15-я Всероссийская конференция молодых ученых и студентов "Реформы в России и проблемы управления". Москва, 2000.
42. Колесник Г.В., Лазарев А.Ф. Математическая модель исследования стратегий инвестирования предприятия в кризисном состоянии. // Сб. Математическое моделирование сложных систем. Вып. 2. ТГУ, 1999. С. 64 – 73.
43. Колесник Г.В., Лазарев А.Ф. Математическая модель многоотраслевого промышленного комплекса. // Сб. Ученые записки. Т. 6. ТГУ, 2000. С. 37 – 42.
44. Колесник Г.В., Виленчик Л.С. Система электронных безналичных взаиморасчетов. Заявка на изобретение № 2000117949 от 10.07.2000.
45. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. В 3-х т. Т. 3. Сортировка и поиск. – М.: Мир, 1978. 818 с.
46. Крутов А.П., Петров А.А., Поспелов И.Г., Системный анализ развивающейся экономики: модель общественного воспроизводства в плановой экономике. // В сб.: Мат. моделирование: Методы описания и исследования сложных систем. М.: Наука, 1989. С. 200 – 232.
47. Курс экономической теории. / Под ред. Чепурина М.Н., Киселевой Е.А. – Киров: "АСА", 1995.

48.Курц Х.Д. Капитал. Распределение. Эффективный спрос. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1998. 294 с.

49.Ланкастер К. Математическая экономика. – М.: Советское радио, 1972. 464 с.

50.Лотов А.В. Введение в экономико-математическое моделирование. – М.: Наука, 1984.

51.Любушин Н.П., Лещева В.Б., Дьякова В.Г. Анализ финансово-экономической деятельности предприятия. – М.: "ЮНИТИ", 1999.

52.Лютенс Ф. Организационное поведение. М.: ИНФРА-М, 1999. 692 с.

53.Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1981.

54.Морозова Т.Г., Пикулькин А.В., Тихонов В.Ф. Прогнозирование и планирование в условиях рынка. – М.: ЮНИТИ - ДАНА, 2000. 318 с.

55.Мулен Э. Кооперативное принятие решений. Аксиомы и модели. – М.: Мир, 1991. 463 с.

56.Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. – М.: Мир, 1985. 200 с.

57.Неплатежи в российской экономике. // Материалы экспертного совета Рабочего центра экономических реформ 20 ноября 1997 г.

58.Ньюстром Дж.В., Дэвис К. Организационное поведение. СПб.: Питер, 2000. 448 с.

59.Оленев Н.Н., Поспелов И.Г. Модель инвестиционной политики фирм в экономической системе рыночного типа. // В сб.: Мат. моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах. М.: Наука, 1986. С. 163 – 173.

60.Основы теории оптимального управления. / Под ред. Кротова В.Ф. – М.: "Высшая школа", 1991.

61.Пахомкина М.Р., Тимохов А.В. Анализ вопроса о стабильных платежных нормативах в рамках микродинамической модели воспроизводства с рыночным ценообразованием. // Программное обеспечение и модели системного анализа. М.: Изд. МГУ, 1991. С. 85-117.

62.Перламутров В.Л., Тропаревская Л.Е. Долговременная концепция денежной политики России и самофинансирование предприятий. // Экономика и мат. методы, 1999. Т. 35, № 4. С. 3 – 9.

63.Петров А.А. Экономика. Модели. Вычислительный эксперимент. – М.: Наука, 1996.

64.Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. – М.: "Высшая школа", 1998 г. 304 с.

65.Полтерович В.М. Институциональные ловушки и экономические реформы. // Экономика и мат. методы, 1999. Т. 35, № 2.

66.Полтерович В.М. Экономическое равновесие и хозяйственный механизм. М.: Наука, 1990. 256 с.

67.Поспелов И.Г. Эволюционный принцип в описании экономического поведения. Автореферат на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. – М., 1989. 25 с.

68.Поспелов И.Г. Модель поведения производителей в условиях рынка и льготного кредитования. // Мат. моделирование, 1995. Т. 7. № 10. С. 19 – 31.

69. Пропой А.И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. – М.: Наука, 1973

70.Сабуров Е., Чернявский А. Причины неплатежей в России. // Вопросы экономики. № 6, 2000. С. 55 – 69.

71.Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. – М.: Наука, 1997. 320 с.

72. Сомов С.В. Условия сходимости к равновесию и задачи регулирования экономического рынка. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. – М., 1999. 23 с.

73.Социально-экономические проблемы России. Справочник. – М.: ФИПЭР, 1999.

74.Смолкин А.М. Менеджемент: основы организации. М.: ИНФРА-М, 1999. 248 с.

75. Стиглиц Дж. Многообразнее инструменты, шире цели: движение к пост-Вашингтонскому консенсусу. // Вопросы экономики. № 8, 1998. С. 4 – 34.

76.Стратегия и тактика антикризисного управления фирмой. / Под ред. Градова А.П. и Кузина Б.И. – СПб.: "Специальная литература", 1999.

77.Тер-Крикоров А.М. Оптимальное управление и математическая экономика. – М.: Наука, 1977.216 с.

78.Тимохов А.В. Стационарная модель расширенного производства в условиях самофинансирования. // Вычислительные системы и вопросы принятия решений. М.: Изд. МГУ, 1990. С. 131-150.

79.Трояновский В.М. Математическое моделирование в менеджменте. – М.: Русская деловая литература, 1999. 240 с.

80.Федеральный закон от 08.01.1998 № 6 – ФЗ "О несостоятельности (банкротстве)".

81.Хей Д., Моррис Д. Теория организации промышленности. В 2-х т. – СПб.: Экономическая школа, 1999.

82.Цициашвили Г.Ш. Решение задачи о погашении взаимных долгов. // Дальневосточный мат. сб., 1995, № 1. С. 126 – 131.

83.Шмелев Н. Неплатежи – проблема номер один российской экономики. // Вопросы экономики. № 4, 1997. С. 26 – 41.

84.Bagchi A. Stackelberg Differential Games in Economic Models // Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol. 64, 1984.

85.Granville B., Polterovich V., Denisova I., Medvedev A. Inflation and Recession: Preliminary Results for Russia. Prepared for Conference "Government in Economic Transition" (GET) M.: New Economic School, 1996

86.Grosman S.J., Hart O. The Cost and Benefits of Ownership: Theory of Vertical and Lateral Integration // J. of Political Economy, 1986. Vol. 84. №4.
87.Kim S., Kwon G. A General Equilibrium Approach to Inter-Enterprise Arrears in Transition Economies with Application to Russia.// IMF Working Papers, N.Y., 1995.
88.Perotti E.C. Collusive Arrears in Transition Economies. Boston Univ., 1994.
89.Perotti E. Cross-ownership as a Hostage Exchange to Support Collaboration // Managerial and Decision Economics, 1992. Vol. 13.
90.Rodric D. Understanding Economic Policy Reform // J. of Economic Literature, 1996. Vol. XXXIV.